

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

CENTRAL INTELLIGENCE AGENCY

This material contains information affecting the National Defense of the United States within the meaning of the Espionage Laws, Title 18, U.S.C. Secs. 793 and 794, the transmission or revelation of which in any manner to an unauthorized person is prohibited by law.

S-E-C-R-E-T

25X1

COUNTRY East Germany

REPORT

SUBJECT Microwave Filters

DATE DISTR.

24 MAR 1960

NO. PAGES

9

REFERENCES

RD

DATE OF
INFO.

PLACE &
DATE ACQ.

25X1

SOURCE EVALUATIONS ARE DEFINITIVE. APPRAISAL OF CONTENT IS TENTATIVE

S-E-C-R-E-T

25X1

STATE	X	ARMY	#X	NAVY	#X	AIR	#X	NSA	#X	FBI	JCS	X	USIA	X
(Note: Washington distribution indicated by "X"; Field distribution by "#".)														

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

25X1

Page Denied

S-E-C-R-E-T

-2-

25X1

Introduction.

1. The East German Microwave Working Group (Arbeitsgruppe Richtfunk) [redacted] 25X1
[redacted] originated a project on microwave filters.
[redacted] project done at [redacted] Institute of High-Frequency Technology (Institut der Hochfrequenztechnik) at Ilmenau Technical University (Technische Hochschule). Funds for the project were taken from the institute annual budget. The research work was carried out by Dipl. Ing. Loele of the institute from approximately the beginning to the middle of 1959. 25X1
2. A report of the project was prepared and forwarded through the Microwave Working Group to the East German Research Council (Forschungsrat) and the State Planning Commission [redacted]
3. This was the first project [redacted] which used periodic coaxial cable sections for filter purposes. The research was undertaken in order to try to find a less complicated filter type which would do the same work as available types in the microwave field; it thus represents a natural but important advance in filter design. [redacted] this type of filter would find industrial application primarily at the Koepenick Radio Plant (Funkwerk Koepenick), the Rafena Plant (VEB Rafenawerk) in Radeberg, and the Radio Mechanics Plant (Funkmechanik) in Leipzig/Plagwitz, but he had no idea what form the application would take. 25X1
4. The report treats theoretically the derivation of multi-section filters using both stepped inner conductor diameters and dielectric beads on a uniform inner conductor. The theory was reduced to practice with the construction of a band pass filter using three dielectric bead sections with matching sections using the stepped inner conductor principle.
 - a. Figure 1 is a photograph of the disassembled filter.
 - b. Figure 2 shows the measured attenuation of the filter outside the pass band.
 - c. Figure 3 is a plot of the calculated and measured standing wave ratio over the pass band. The results are plotted in terms of n , which is the reciprocal of the standing wave ratio. 25X1

Introduction

Because of the large number of stray fields, it is no longer possible in the decimeter area to construct filter arrangements from lumped constants. The size of the components, in the case of very small wavelengths, depends not only on internal construction but also very heavily on the external space. Exact calculations are possible only with Maxwell equations and definite limiting conditions resulting only from the environment while installed. Such calculations would be much too complicated to permit technical application. With regard to technical application, therefore, the following primary requirements must be laid down in the decimeter field for component parts:

S-E-C-R-E-T

25X1

S-E-C-R-E-T

-3-

- a. They must be shielded externally. (A change of environment should alter the electric values of the components as little as possible.)
- b. They must be independent of one another. (The electrical connection of several components should alter the electric values of the individual components as little as possible.)

The first condition stresses the importance of trying to assemble basic four poles from single pieces of shielded conductor and construct filter arrangements which have a different internal structure but show external electric behavior similar to that of lumped constants. Since branches or by-passes are difficult to calculate, the second condition leads to chain circuits. In this project, the usefulness of periodic heterogeneous coaxial cable as a filter arrangement is investigated and comparisons are made with filters with lumped constants. Since narrow-band filters of high quality can be constructed in a simple manner from cable circuits, special emphasis is placed on large band widths and high- and low-pass characteristics. In the available literature, little about such arrangements appears. This may be attributable principally to the fact that selection and amplification are carried out in a different frequency range and, moreover, that a large analytical expenditure must be made in evaluating the equations. To a certain extent, the opposite to this problem is a piece of work by Heinrich Riedel, who investigated how and from what material dielectric supports can be used in coaxial cable without its transmission characteristics being affected.²

Consolidated Statement of Project Results

As a summary statement, the most important characteristics of the two filter arrangements should be made in conjunction with their application. In the case of the arrangement with dielectric discs, the calculation was simpler, and matching without transformation members was possible. There is, however, the disadvantage of high dielectric losses (condenser $\epsilon_r \cdot \tan \delta = 8 \cdot 10^{-2}$). Besides this, the attenuation decreases sharply in the case of small band widths.

In the case of filter arrangements with abrupt diameter change of the inner conductor, a further parameter is present because of the discontinuity capacity (Stosskapazitaet), which influences the band width. The losses in such an arrangement are very small, since almost no dielectric losses occur. The actual length is greater, however, especially because of the transformation members.

Primary areas of application are antenna filters and filters for the suppression of interference radiation. In these applications, the advantage of small losses (i.e., high-voltage stability) is probably most important, and the disadvantages would have to be accepted. If, however, size is of first importance, as in the case of mobile installations, work could be done with the dielectric disks.

In comparison with cavity circuit filters of several opposingly detuned single circuits, a simpler calculation can be made for a larger band width. Moreover, the matching possibilities are better. The infinite number of pass bands and attenuation bands is a disadvantage.

S-E-C-R-E-T

25X1

Page Denied

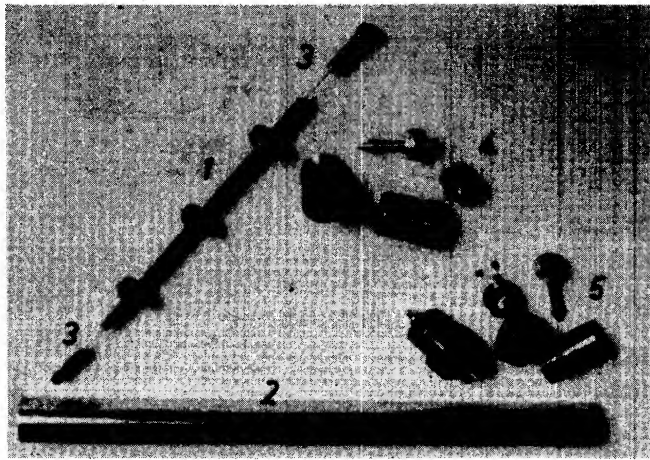
S-E-C-R-E-T

-5-



FIGURE 1

DISASSEMBLED FILTER



- 1. Inner conductor
- 2. Outer conductor
- 3. Transformation members
- 4. Plug
- 5. Plug

S-E-C-R-E-T

S-E-C-R-E-T

-6-

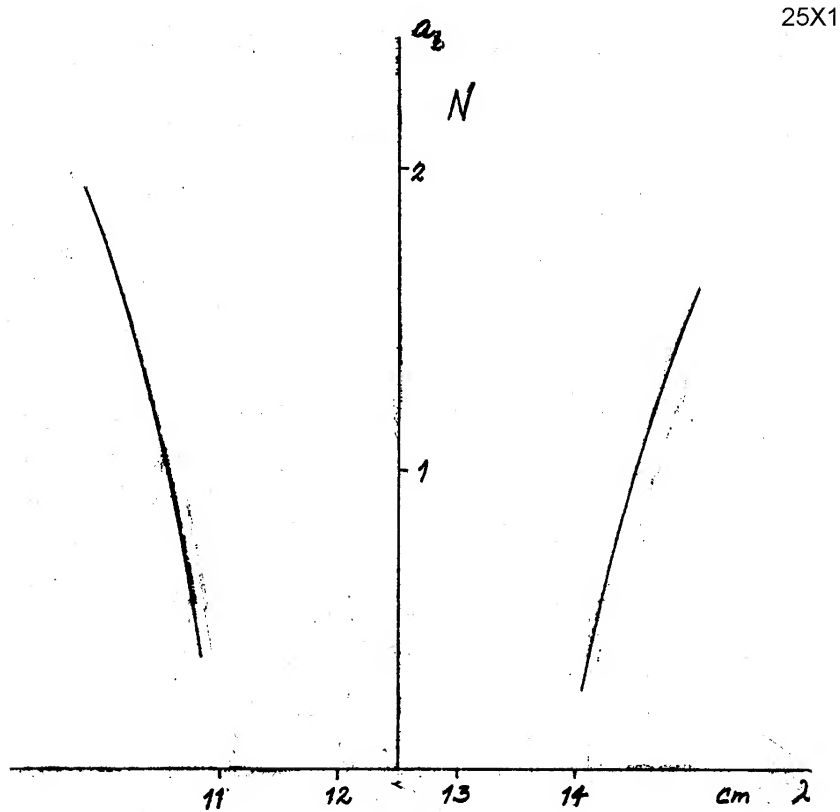


FIGURE 2

Operational Damping in Attenuation Band

S-E-C-R-E-T

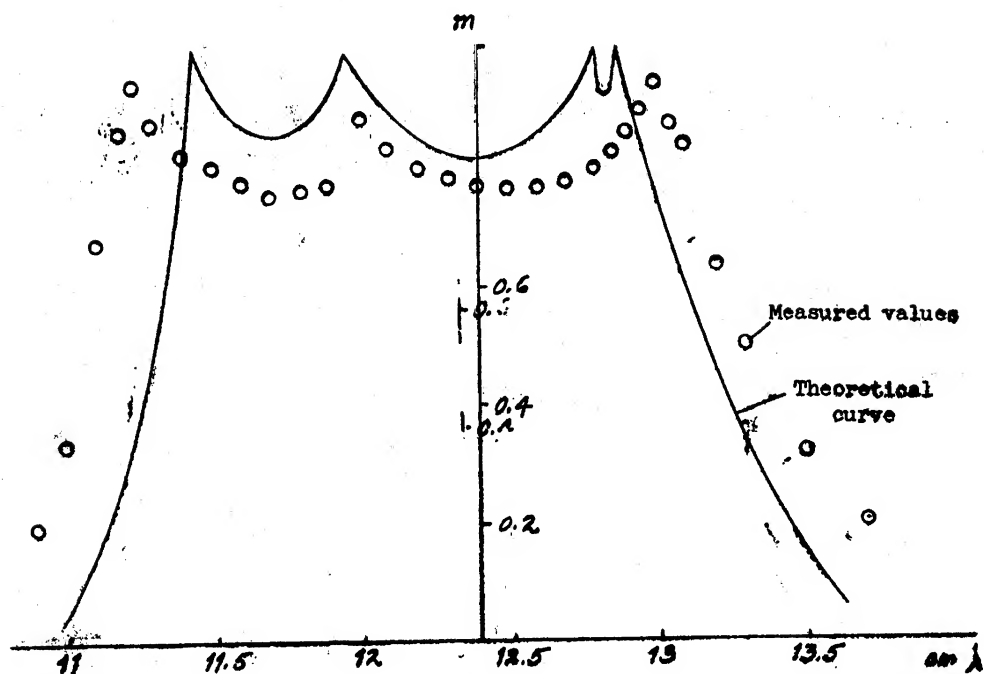
25X1

S-E-C-R-E-T

-7-

FIGURE 3

Calculated and Measured Standing Wave Ratio
over the Pass Band



S-E-C-R-E-T

1. E i n l e i t u n g

Im Dezimeterbereich ist es wegen des großen Anteils der Streufelder nicht sehr möglich, Filteranordnungen aus konzentrierten Schaltelementen aufzubauen. Die Größe der Schaltelemente hängt bei sehr kleinen Wellenlängen nicht nur vom inneren Aufbau sondern auch sehr stark vom Außenraum ab. Exakte Berechnungen sind nur mit den Maxwell'schen Gleichungen und bestimmten Randbedingungen möglich, die sich aus der Umgebung im eingebauten Zustand ergeben. Diese Berechnungen wären viel zu kompliziert, um in der Technik Anwendung finden zu können. An Bauelemente im Dezimeterbereich müssen also in bezug auf ihre technische Anwendbarkeit folgende Hauptforderungen gestellt werden:

- 1.) Sie sollen nach außen abgeschirmt sein.
(Eine Veränderung der Umgebung soll die elektrischen Werte der Bauelemente möglichst wenig ändern)
- 2.) Sie sollen voneinander unabhängig sein.
(Eine Zusammenschaltung mehrerer Bauelemente soll die elektrischen Werte der einzelnen möglichst wenig verändern)

Bedingung 1 legt es nahe zu versuchen, Grundvierpole aus einzelnen Stücken abgeschirmter Leitung zusammenzusetzen und so Filteranordnungen zu schaffen, die zwar einen anderen inneren Aufbau, nach außen aber ähnliches elektrisches Verhalten zeigen, wie solche aus konzentrierten Schaltelementen. Da Verzweigungen nur schwer zu berechnen sind, führt Bedingung 2 zur Kettenschaltung. In dieser Arbeit soll die Verwendbarkeit der periodisch inhomogenen Koaxialleitung als Filteranordnung untersucht

werden und Vergleiche mit Filtern aus konzentrierte Schaltelementen angestellt werden. Da schmalbandige Filter sehr hoher Güte aus Leitungskreisen einfach aufgebaut werden können, soll besonders Wert auf große Bandbreite, beziehungsweise auf Hoch- oder Tieffrequenzeigenschaften gelegt werden. In der Literatur, die mir zur Verfügung stand, habe ich nur wenig über solche Anordnungen gefunden. Das mag hauptsächlich daran liegen, daß Selektion und Verstärkung in einem anderen Frequenzbereich durchgeführt werden und außerdem bei den Auswertungen der Gleichungen ein ziemlich großer rechnerischer Aufwand getrieben werden muß. Gewissermaßen das Gegenstück zu meiner Aufgabe ist eine Arbeit von Heinrich Riedel [1], der untersucht hat, wie und aus welchem Material man dielektrische Stützen in einem Koaxialkabel verwenden kann, ohne seine Übertragungseigenschaften zu beeinflussen.

2. Theoretische Grundlagen

2.1 Besonderheiten der Höchstfrequenzvierpole

Für Filteranordnungen aus konzentrierten Schaltelementen liefert die Vierpoltheorie einfache und übersichtliche Berechnungsgrundlagen. Die Matrizenrechnung gestattet es, unter einer Vielzahl elektrischer Kenngrößen bestimmte, vorher ausgewählte, schnell und ohne zusätzliche Hilfsgrößen zu berechnen. Die Betriebsparametertheorie erlaubt es sogar, die Übertragungseigenschaften mehrerer zusammengeschalteter Vierpole in Verbindung mit einem Sender und einem Verbraucher zu bestimmen. Es soll hier deshalb so weit wie möglich dieselbe Darstellung benutzt werden.

Als erste Schwierigkeit ergibt sich im Dezimeterwellenbereich eine sinnvolle Begrenzung des Vierpols. Da sich die Vierpole gegenseitig nicht beeinflussen sollen, dürfen durch die Grenzfläche weder elektrische noch magnetische Feldlinien von einem Vierpol in den anderen gehen. Da Einschwingvorgänge nicht untersucht werden sollen, gelten alle Betrachtungen für den eingeschwungenen Zustand. Dann erhält man eine solche feld- und induktionsstromfreie Fläche, wenn man durch ein verlustfreies homogenes Kabel, das nur mit einer TEM Welle erregt wird, einen Schnitt so legt, daß die Abbildungen der Schnittflächen konzentrische Kreise werden. In einem Zylinderkoordinatensystem liefert der Schnitt des Kabels mit einer Ebene $z = \text{konst.}$ eine solche Fläche.

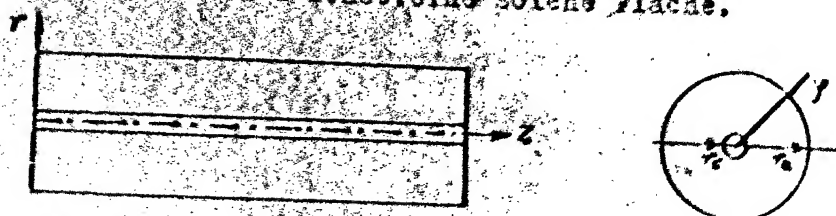


Abb. 1

Die Grenzflächen sind also so zu wählen, daß die Zusammenschalten des Vierpols mit einem konzentrischen Kabel an der Grenzfläche nur das Feld einer Welle besteht.

Die Annahme der Verlustfreiheit aller Kabelstücke ist berechtigt, da in dieser Arbeit nur die Zusammenschaltungen kurzer Kabelstücke berechnet werden. Die zweite Schwierigkeit besteht darin, daß die Zuleitungskabel zu Sender und Verbraucher mehrere Wellenlängen lang sind. Es ist also zuerst zu untersuchen, welchen Einfluß die Zuleitungen auf die Betriebsübertragung haben.



Abb. 2

Dazu zerlegt man die Schaltung zweckmäßig in 2 Netzwerke.

- 1.) Kabel, Verbraucher
- 2.) Sender mit Innenwiderstand; Kabel; Eingangswiderstand des Filters.

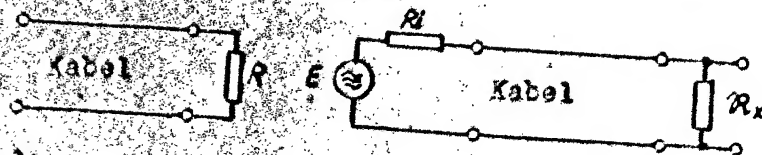


Abb. 3a

3b

Die Beziehungen zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung und Eingangs- und Ausgangsstrom liefern die Vierpolgleichungen

$$(1a) \quad U_1 = \alpha_{11} U_2 + \alpha_{12} I_2$$

$$(1b) \quad I_1 = \alpha_{21} U_2 + \alpha_{22} I_2$$



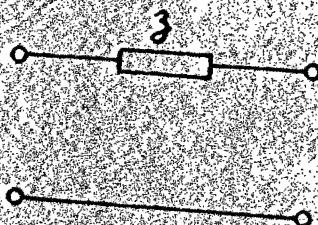
Abb. 4

In Matrixschreibweise lauten diese:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

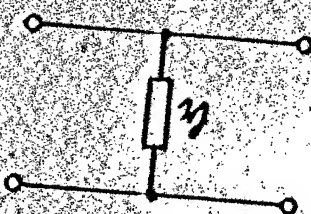
Die Grundvierpole der beiden Netzwerke haben folgende Matrizen:

Abb. 5a



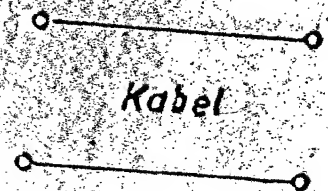
$$\|a\| = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

5b



$$\|a\| = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

5c



$$\|a\| = \begin{bmatrix} L_{01} Y_L & Z_L Y_{in} L \\ \frac{1}{Z_L} Y_{in} L & L_{01} Y_L \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ist das Kabel verlustfrei ($R' = G' = 0$), so geht (5) über in

$$\|a\| = \left\| \begin{array}{cc} \cos \beta l & j Z \sin \beta l \\ j \frac{1}{Z} \sin \beta l & \cos \beta l \end{array} \right\| \quad (6)$$

mit dem Wellenwiderstand

$$Z = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{r_a}{r_i} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (7)$$

Ist der Verbraucher in Abb. 3a an das Kabel angepaßt: $R = Z$, so erscheint als Eingangswiderstand des Kabels R .

Die übertragene Leistung ist also unabhängig von der Kabellänge.

Um die an den Eingangswiderstand des Filters abgegebene Leistung beurteilen zu können, berechnet man am besten die Spannung an R_r .

Die Leerlaufspannungsübersetzung eines Vierpols ist

$$\frac{u_{11}}{u_1} = \frac{1}{\alpha_{11}} \quad (8)$$

Es muß also α_{11} eines Vierpols, der das Netzwerk aus Abb. 3b ohne den SWR enthält, berechnet werden.

Die Matrix einer Kettenschaltung erhält man durch Multiplikation der Einzelmatrizen.

$$\| \alpha_{ges} \| = \| \alpha_1 \| \cdot \| \alpha_2 \| \cdot \dots \cdot \| \alpha_n \| \quad (9)$$

Zu beachten ist, daß die Multiplikation nicht kommutativ ist.

Führt man diese Multiplikation aus, so erhält man:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & R_l \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \beta l & j Z \sin \beta l \\ j \frac{1}{Z} \sin \beta l & \cos \beta l \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_x} & 1 \end{vmatrix} \\ = & \begin{vmatrix} \cos \beta l + j \frac{R_l}{Z} \sin \beta l + j \frac{Z}{R_x} \sin \beta l + \frac{R_l}{R_x} \cos \beta l & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Ist der Generator an das Kabel angepaßt: $R_l = Z$,
so wird mit (8)

$$\frac{U_1}{U_x} = \alpha_{11} = (\cos \beta l + j \sin \beta l) \left(1 + \frac{Z}{R_x}\right) = \frac{R_x + Z}{R_x} e^{j\beta l} \quad (10)$$

Vergleicht man diesen Wert mit der Spannungsteilung,
die auftritt, wenn man R_x direkt an den Generator
anschließt,

$$\frac{U_1}{U_x} = \frac{R_x + Z}{R_x} \quad (11)$$

so sieht man, daß die Spannungen betragsmäßig gleich
sind. Das bedeutet, daß auch die Leistungen gleich
sind.

Die übertragene Leistung der Anordnung Abb. 2 ist
also unabhängig von den Kabellängen, wenn $Z = R_l = Z$
ist.

In die Phasenlage der Verbraucherspannung im Vergleich zur EMK gehen die Kabellängen natürlich ein. Die Definition der Betriebsübertragung, wie sie in der Fernmeldetechnik für widerstandssymmetrische Vierpole üblich ist, kann also beibehalten werden.

$$e^{g_s} = L_0 g_c + \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{R} + \frac{R}{Z} \right) \sin g_c \quad (12)$$

Bei Berechnung von Phase und Gruppenlaufzeit muß man aber die von den Kabeln herrührenden Werte addieren.

2.2 Übertragungseigenschaften eines koaxialen Systems mit verschiedenen Dielektrika.

Die das Feld begrenzenden leitenden Flächen sollen unendliche Leitfähigkeit besitzen, so daß im Vierpol keine \mathcal{E}_z -Komponente der elektrischen Feldstärke besteht.

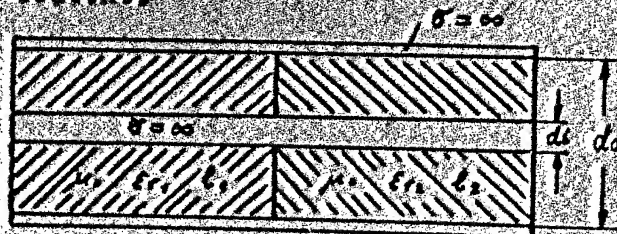


Abb. 6

Die Grenzbedingungen für das elektrische Feld an der Stoßstelle lauten

$$\mathcal{E}_{r_1} = \mathcal{E}_{r_2} \quad (13 \text{ a})$$

$$\mathcal{V}_{r_1} = \mathcal{V}_{r_2} = 0 \quad (13 \text{ b})$$

Die magnetischen Eigenschaften beider Kabelabschnitte sollen gleich sein. Wird wieder Verlustfreiheit angenommen, so ergeben sich die beiden Kettenmatrizen:

$$\| \alpha_1 \| = \begin{vmatrix} \cos \beta_1 l_1 & j Z_1 \sin \beta_1 l_1 \\ j \frac{\sin \beta_1 l_1}{Z_1} & \cos \beta_1 l_1 \end{vmatrix} \quad (14a)$$

$$\| \alpha_2 \| = \begin{vmatrix} \cos \beta_2 l_2 & j Z_2 \sin \beta_2 l_2 \\ j \frac{\sin \beta_2 l_2}{Z_2} & \cos \beta_2 l_2 \end{vmatrix} \quad (14b)$$

Die Kettenschaltung erhält man wieder durch Multiplikation der Einzelmatrizen

$$(15) \quad \| \alpha_{ges} \| = \begin{vmatrix} \cos \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 - \frac{Z_1}{Z_2} \sin \beta_1 l_1 \sin \beta_2 l_2 & j Z_2 \cos \beta_1 l_1 \sin \beta_2 l_2 + j Z_1 \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 \\ \frac{j \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2}{Z_1} + \frac{j \cos \beta_1 l_1 \sin \beta_2 l_2}{Z_2} & \cos \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 - \frac{Z_2}{Z_1} \sin \beta_1 l_1 \sin \beta_2 l_2 \end{vmatrix}$$

Da $\gamma_{\alpha_1} = \gamma_{\alpha_2}$ und $\gamma_{\beta_1} = \gamma_{\beta_2}$ wird wegen (7)

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_{r2}}}{\sqrt{\epsilon_{r1}}} \quad (16)$$

2.21 Die Teilwiderstände Z_{L1} und Z_{L2} des Vierpols ergeben sich aus der Kettenmatrix:

$$Z_{L1} = \sqrt{\frac{\alpha_{11} \alpha_{12}}{\alpha_{21} \alpha_{22}}} \quad (17a)$$

$$Z_{L2} = \sqrt{\frac{\alpha_{22} \alpha_{12}}{\alpha_{21} \alpha_{11}}} \quad (17b)$$

Setzt man das Phasenmaß ein,

$$\beta = \omega \sqrt{L'C'} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_r} \quad (18)$$

so erhält man den Wellenwiderstand mit Luft als
Dielektrikum in Abschnitt 1. $\sqrt{\epsilon_r} = 1$ aus
(15) (16) (17a) und (18)

$$= \sqrt{\frac{(\cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \cos \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1 - \sqrt{\epsilon_1} \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \sin \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1)(Z_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} l \sin \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1 + Z_1 \sin \frac{2\pi}{\lambda} l \cos \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1)}{j(\frac{\sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1}{Z_1} + \frac{\cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1}{Z_2})(\cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1 - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1)}}$$

$$Z_{L_1} = Z_1 \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\frac{\overset{I}{(\frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} - \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1)} \cdot \overset{III}{(\frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} + \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \cot^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1)}}{\underset{II}{(\sqrt{\epsilon_1} - \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1)} \cdot \underset{IV}{(\sqrt{\epsilon_1} + \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \cot^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_1} l_1)}}} \quad (19a)$$

$$Z_{L_2} = Z_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_2}} \sqrt{\frac{(\sqrt{\epsilon_2} - \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_2} l_2) \cdot (\frac{1}{\sqrt{\epsilon_2}} + \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \cot^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_2} l_2)}{(\frac{1}{\sqrt{\epsilon_2}} - \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_2} l_2) \cdot (\sqrt{\epsilon_2} + \tan^2 \frac{2\pi}{\lambda} l \cot^2 \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_2} l_2)}} \quad (19b)$$

2.22 Ehe diese Ausdrücke interpretiert werden sollen, möchte ich die zweite wichtige, den Vierpol kennzeichnende Größe, das Wellenübertragungsmaß, berechnen.

Da in den meisten Fällen, wenn es sich um den Aufbau von Stiebketten handelt, mehrere Vierpole hintereinander geschaltet werden, soll gleich das Wellenübertragungsmaß eines widerstandssymmetrischen Vierpols berechnet werden, für dadurch entstanden ist, daß man den Vierpol mit einem umgekehrten Vierpol gleicher Art in Kette geschaltet hat.

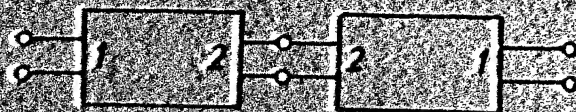


Abb. 7

Dieser Vierpol kann auf beiden Seiten mit gleichen Kabeln an Sender und Verbraucher angeschlossen werden.

Die Kettenmatrix dieses symmetrischen Vierpols ist:

$$\| \alpha_{\text{sym}} \| = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{|\alpha|} \begin{vmatrix} \alpha_{22} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{11} \end{vmatrix} \quad (20)$$

Da es sich um passive Vierpole handelt, ist $|\alpha| = 1$ (21)

Für einen symmetrischen Vierpol gilt

$$\alpha_{11 \text{ sym}} = \alpha_{22} \quad (22)$$

Aus (20) (21) und (22) folgt

$$\cos \varphi = 2\alpha_{11}\alpha_{22} - 1 = 2\alpha_{22}\alpha_{11} + 1 \quad (23)$$

Setzt man für die Koeffizienten die Werte aus (15) ein, so erhält man nach einigen einfachen trigonometrischen Umformungen (Additionstheoreme)

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_1}} + \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_1} \right] \cos \frac{2\pi}{\lambda} (2L_1 + 2\sqrt{\epsilon_1}L_2) \right. \\ \left. + \left[1 - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_1}} - \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_1} \right] \cos \frac{2\pi}{\lambda} (2L_1 - 2\sqrt{\epsilon_1}L_2) \right\} \quad (24)$$

$$2L_1 = L = \text{Abstand zweier Scheiben} \quad (25a)$$

$$2L_2 = D = \text{Scheibendicke} \quad (25b)$$

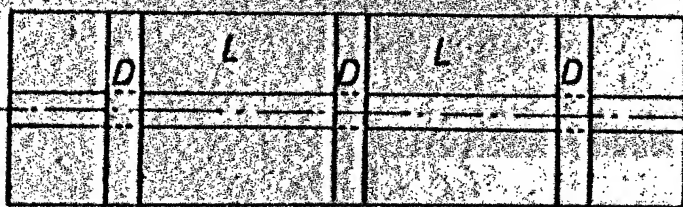


Abb. 8

2.23 Es soll nun die Frage der Grenzfrequenzen geklärt werden. An den Grenzfrequenzen wechselt ja der Wellenwiderstand von Reellen ~~zum~~ ins Imaginäre, er muß dort also null oder unendlich sein. Die Grenzfrequenzen bzw. Wellenlängen müssen sich also aus (19a, b) bestimmen lassen. Die zweite Möglichkeit bietet Gleichung (24). Im Durchlaßbereich ist die Wellendämpfung Null

$$g = a + jb \quad (26)$$

$$\mathcal{L}\{g\} = \mathcal{L}\{jb\} = \cos b \quad \text{also } \geq 1 \quad (27)$$

Im Sperrbereich ist der Wellenwinkel $n\pi$

$$n = 0, 1, 2, 3$$

$$\mathcal{L}\{g\} = \mathcal{L}\{a \cos n\pi + j \sin n\pi\} \quad (28)$$

$$\text{also } |\mathcal{L}\{g\}| = |\mathcal{L}\{a\}| \geq 1 \quad (29)$$

Grenzfrequenzen liegen also bei

$$\mathcal{L}\{g\} = \pm 1 \quad (30) \quad \text{vor.}$$

Die verschiedenen Vorzeichen stammen aus (28), da

$$\cos n\pi = \pm 1$$

Sowohl (19 a, b) als auch (24) sind transzendente Gleichungen und deshalb nicht nach λ bzw. L , D etc. lösbar.

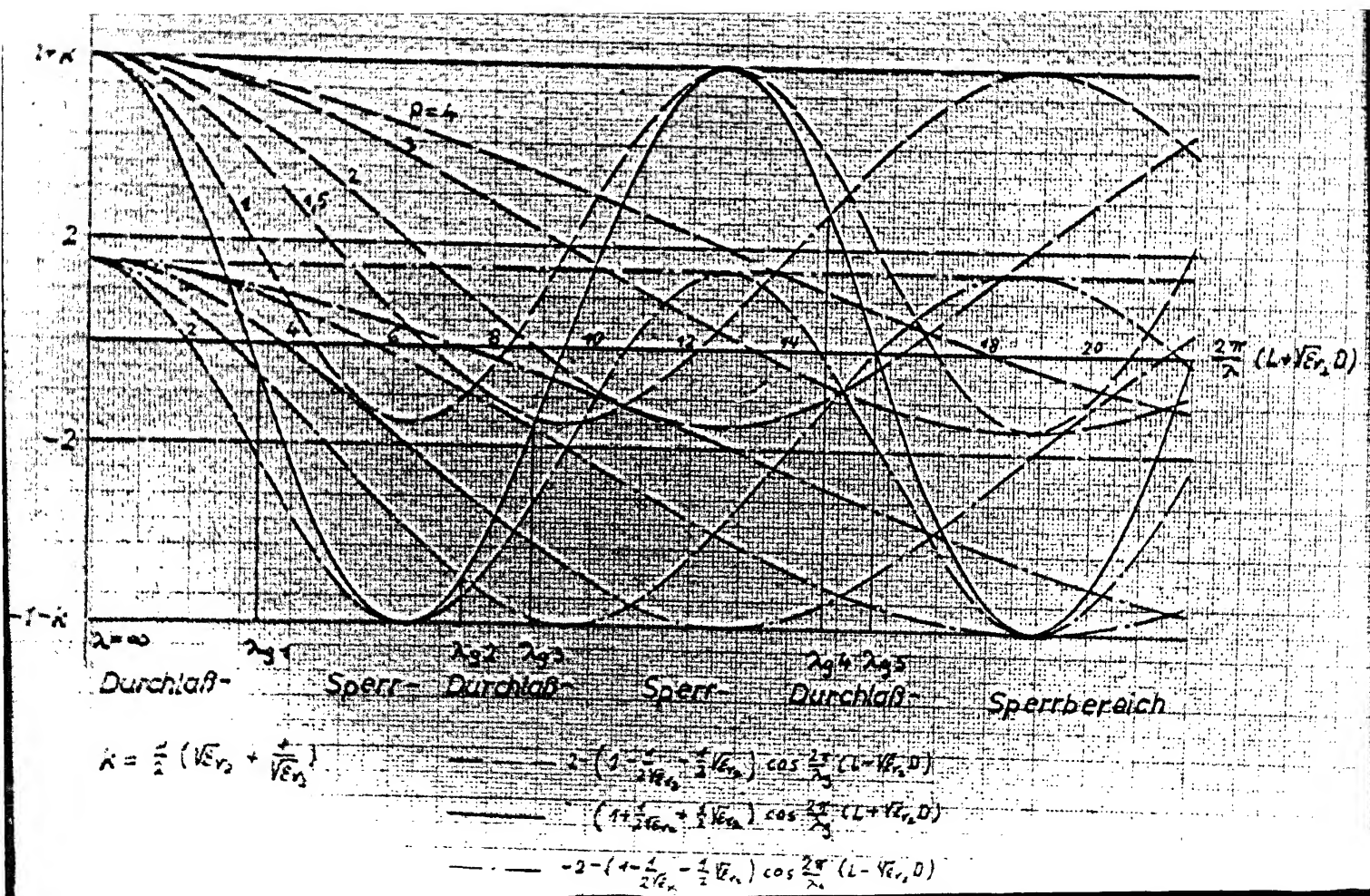
Es soll versucht werden, die Gleichungen graphisch auszuwerten. Sinen guten Überblick, sowohl über die Grenzfrequenzen, als auch über die zu erwartenden Dämpfungen verschafft (30). Setzt man (24) in (30) ein, so erhält man wegen der verschiedenen Vorzeichen ein Gleichungspaar, in dem λ_g enthalten ist.

$$\begin{aligned} & 2 - \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_r}} - \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} \right) \cos \frac{2\pi}{\lambda_g} (L - \sqrt{\epsilon_r} D) \\ & = \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_r}} + \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} \right) \cos \frac{2\pi}{\lambda_g} (L + \sqrt{\epsilon_r} D) \end{aligned} \quad (31 a)$$

$$\begin{aligned} & -2 - \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_r}} - \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} \right) \cos \frac{2\pi}{\lambda_g} (L - \sqrt{\epsilon_r} D) \\ & = \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_r}} + \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} \right) \cos \frac{2\pi}{\lambda_g} (L + \sqrt{\epsilon_r} D) \end{aligned} \quad (31 b)$$

Die rechten Seiten sind identisch. Sie stellen eine \cos -Funktion mit der Amplitude $\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} + \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} \right)$ und dem Argument $\frac{2\pi}{\lambda_g} (L + \sqrt{\epsilon_r} D)$ dar. Die linken Seiten sind um ± 2 verschobene \cos -Funktionen mit der Amplitude $\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} - \frac{1}{2}\sqrt{\epsilon_r} \right)$ und dem Argument $\frac{2\pi}{\lambda_g} (L - \sqrt{\epsilon_r} D)$. Die Schnittpunkte der Funktionen liefern die Grenzfrequenzen. Diagramm Nr. 1 ist eine Parameterdarstellung dieser Funktionen für $\sqrt{\epsilon_r} = 9$. Parameter ist das Verhältnis der Argumente

$$\rho = \frac{L + \sqrt{\epsilon_r} D}{L - \sqrt{\epsilon_r} D} \quad (32)$$



Da die Argumente proportional $\frac{1}{\lambda}$ sind, beginnt das Diagramm bei $\lambda = \infty$. Für $p = 1,5$ ist die Reihenschaltung der Grenzwellenlängen eingetragen. Man sieht, die ersten beiden Grenzwellenlängen liefert (31b), dann folgen 2 von (31a). Außerdem gewinnt man einen Überblick über die Größe der Dämpfung im Sperrbereich durch die Abweichungen der beiden Seiten der Gleichungen (31a) und (31b) voneinander. Diese Differenz ist ja ein Maß dafür, wieviel $\frac{L}{D}$ den Wert 1 überschreitet.

Zusammenfassend kann man dem Diagramm folgendes entnehmen:

1. Es folgen unendlich viele Durchlaß- und Sperrbereiche aufeinander.
2. Die Wellendämpfung des Vierpols ist umso größer, je größer der ϵ -Sprung ist.
3. Die Wellendämpfung hat ihr Maximum, wenn $L = \sqrt{\epsilon_r} D$ ist.
4. Wegen $\cos(+x) = \cos(-x)$ lassen sich immer zwei Ausführungen mit den gleichen Grenzfrequenzen herstellen.

Wenn $L = \sqrt{\epsilon_r} D$ ist, liefert (31a) keine Grenzwellenlängen. Diese Vierpole entsprechen etwa den Grundkettengliedern. Da jedoch nur abgestufte Dielektrika zur Verfügung stehen, kann man sich nicht nur auf solche Glieder beschränken.

Wegen der unendlich vielen Grenzfrequenzen lassen sich stets nur in einem bestimmten Bereich gewünschte Filtereigenschaften erzielen. Reiner Hoch- bzw. Tiefpaßcharakter lassen sich nicht verwirklichen.

Für ein gewisses Frequenzintervall ist dies möglich, und für diese Filter wird man möglichst $L = \sqrt{\epsilon_r} D$

wählen, da in diesem Fall Sperr- bzw. Durchlassbereiche die größte Bandbreite haben. Für einen „Hochpaß“ wählt man die Betriebsfrequenz oberhalb der 2. Grenzfrequenz aus. Man entnimmt dem Diagramm das Argument $\frac{2\pi}{\lambda_g} (L + \sqrt{\epsilon_n} D)$ und bestimmt daraus L und D. Bei vorgegebenem L und D lassen sich dem Diagramm auch die Grenzfrequenzen entnehmen. Schwierig ist es jedoch, bei 2 vorgegebenen Grenzfrequenzen L und D zu bestimmen. In diesem Falle geht man besser vom Wellenwiderstand aus. Da in (19a) in allen vier Faktoren (I, II, III, IV) unter der Wurzel tg - Funktionen vorkommen, liegen Grenzfrequenzen nur vor, wenn einer der Faktoren gegen null geht. Unendlich werden alle gleichzeitig, so daß sich ein endlicher Grenzwert ergibt. Grenzfrequenzen liefern also folgende Gleichungen:

$$I \quad \lg \frac{\pi L}{\lambda_g} \lg \frac{\pi \sqrt{\epsilon_n} D}{\lambda_g} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_n}} \quad (32a)$$

$$II \quad \lg \frac{\pi L}{\lambda_g} \lg \frac{\pi \sqrt{\epsilon_n} D}{\lambda_g} = \sqrt{\epsilon_n} \quad (32b)$$

$$III \quad \lg \frac{\pi L}{\lambda_g} \operatorname{ctg} \frac{\pi \sqrt{\epsilon_n} D}{\lambda_g} = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_n}} \quad (32c)$$

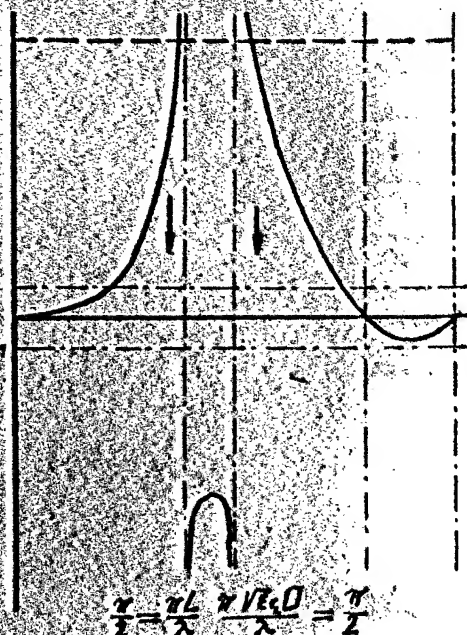
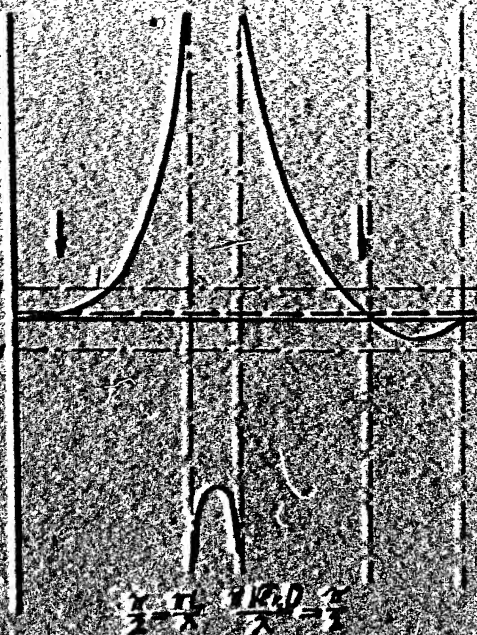
$$IV \quad \lg \frac{\pi L}{\lambda_g} \operatorname{ctg} \frac{\pi \sqrt{\epsilon_n} D}{\lambda_g} = -\sqrt{\epsilon_n} \quad (32d)$$

Der prinzipielle Verlauf dieser Funktionen ist in Diagramm Nr. 2 für den Fall aufgetragen, daß die elektrische Länge des Kabelstückes mit Luft als Dielektrikum größer ist, als die der dielektrischen Scheibe.

Bei Gleichung (32a) und (32b) ist es gleichgültig, welcher der Argumente größer ist, da beide Funktionen tg - Funktionen sind. Anders ist es bei (32c) und (32d). Den Fall, daß $\sqrt{\epsilon_n} D \gg L$ ist zeigt Fig. 10.).

$$I \quad \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = \lg \frac{\pi L}{\lambda} \lg \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r} D}{\lambda}$$

$$II \quad \sqrt{\epsilon_r} = \lg \frac{\pi L}{\lambda} \lg \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r} D}{\lambda}$$



$$III \quad \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = \lg \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r} D}{\lambda}$$

$$IV \quad -\sqrt{\epsilon_r} = \lg \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r} D}{\lambda}$$

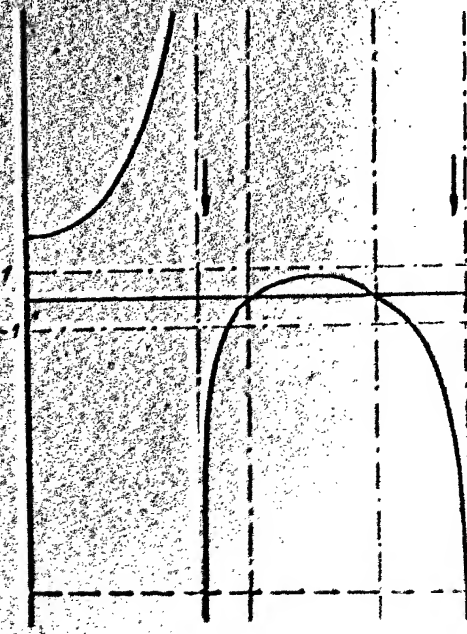
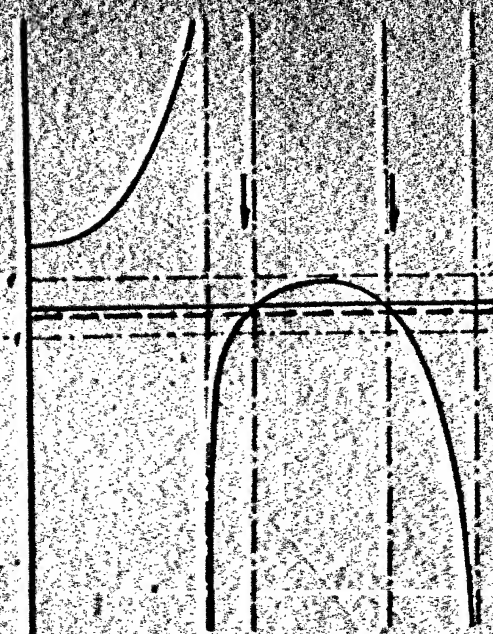
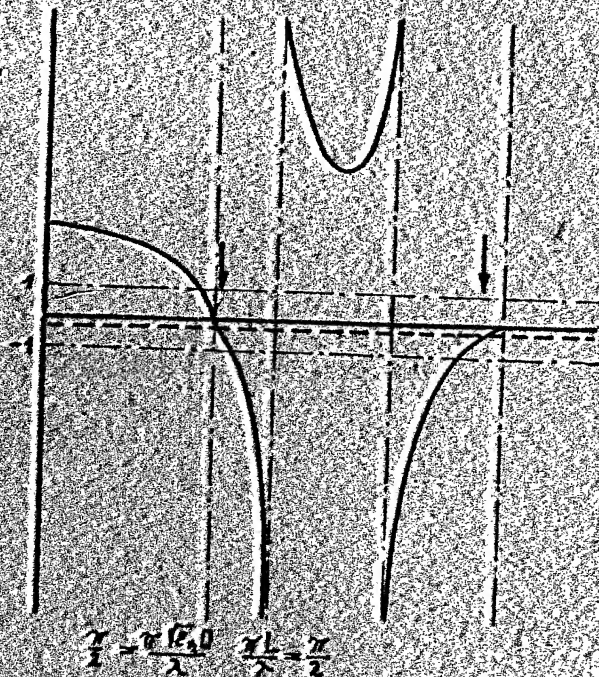


Diagramm №2

$$\text{III} \quad -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r} D}{\lambda}$$



$$\text{IV} \quad -\sqrt{\epsilon_r} = \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\pi \sqrt{\epsilon_r} D}{\lambda}$$

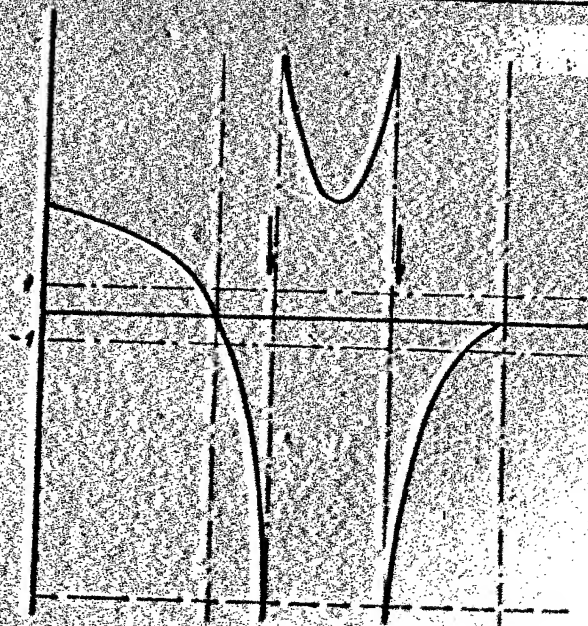


Diagramm N:3

In den meisten Fällen wird es möglich sein, mit den Nullstellen der Faktoren I bis IV in den ersten beiden Quadranten der Funktion mit den kleineren Argument die gewünschten Grenzwellenlängen zu erhalten. Die Reihenfolge der Grenzwellenlängen von $\lambda = \infty$ kommend liefern dann folgende Faktoren:

Die 1. Nullstelle von Faktor I ist der Beginn des 1. Sperrbereichs.

Die 1. Nullstelle von Faktor II ist das Ende des 1. Sperrbereichs.

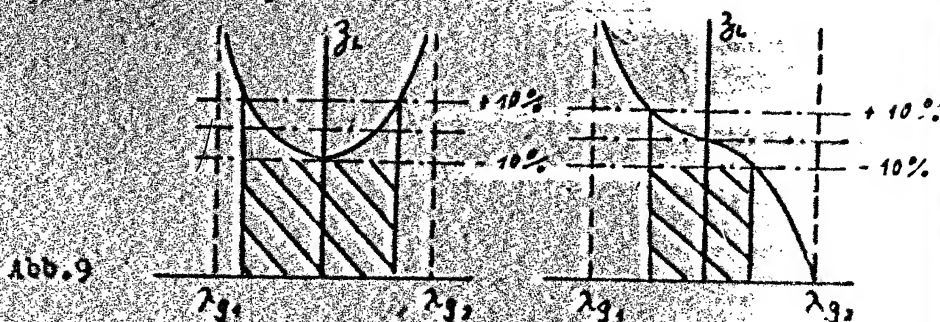
Für das Ende des darauf folgenden Durchlassbereichs ist die Nullstelle von III entscheidend, wenn $L < \sqrt{\epsilon_r} D$
die von IV wenn $L > \sqrt{\epsilon_r} D$

Für das Ende des folgenden Sperrbereichs gilt das Umgekehrte

IV wenn $L > \sqrt{\epsilon_r} D$

III wenn $L < \sqrt{\epsilon_r} D$

Aus Anpassungsgründen ist meist nur der Fall $L > \sqrt{\epsilon_r} D$ brauchbar, da dann der Wellenwiderstand im 2. Durchlassbereich ein Extremum besitzt. Man kann bei Bandpassen also etwa den doppelten Bereich der maximal zulässigen Fehlanpassung ausnutzen gegenüber dem Fall, wenn $L < \sqrt{\epsilon_r} D$ ist.



2.24 Nachdem man einen Überblick über die Grenzfrequenzen genommen hat, sollen L und D bestimmt werden. Dazu werden die Faktoren einzeln numerisch ausgewertet.

In den Gleichungen (33a) bis (33d) wurden bei vorgegebener Grenzwellenlänge λ_g die Werte L bzw. D in Abhängigkeit von D bzw. L berechnet. Verbindet man die erhaltenen Werte, so erhält man die Kurven, die in den Diagrammen No. 4 bis No. 7 dargestellt sind. Jeder Faktor liefert eine Kurvenschar, die λ_g als Parameter enthält. Auf doppelt logarithmischem Papier haben alle Kurven der Schar die gleiche Form. Die Erklärung hierfür ist der Faktor $\frac{L}{\lambda_g}$ bzw. $\frac{\sqrt{\epsilon_r} D}{\lambda_g}$ in den tg - oder ctg -Funktionen. Ändert man L und λ_g bzw. $\sqrt{\epsilon_r} D$ und λ_g gleichsinnig, so wird an der ganzen Gleichung nichts verändert. Im Diagramm entspricht dies der Verschiebung einer Kurve entlang der Geraden.

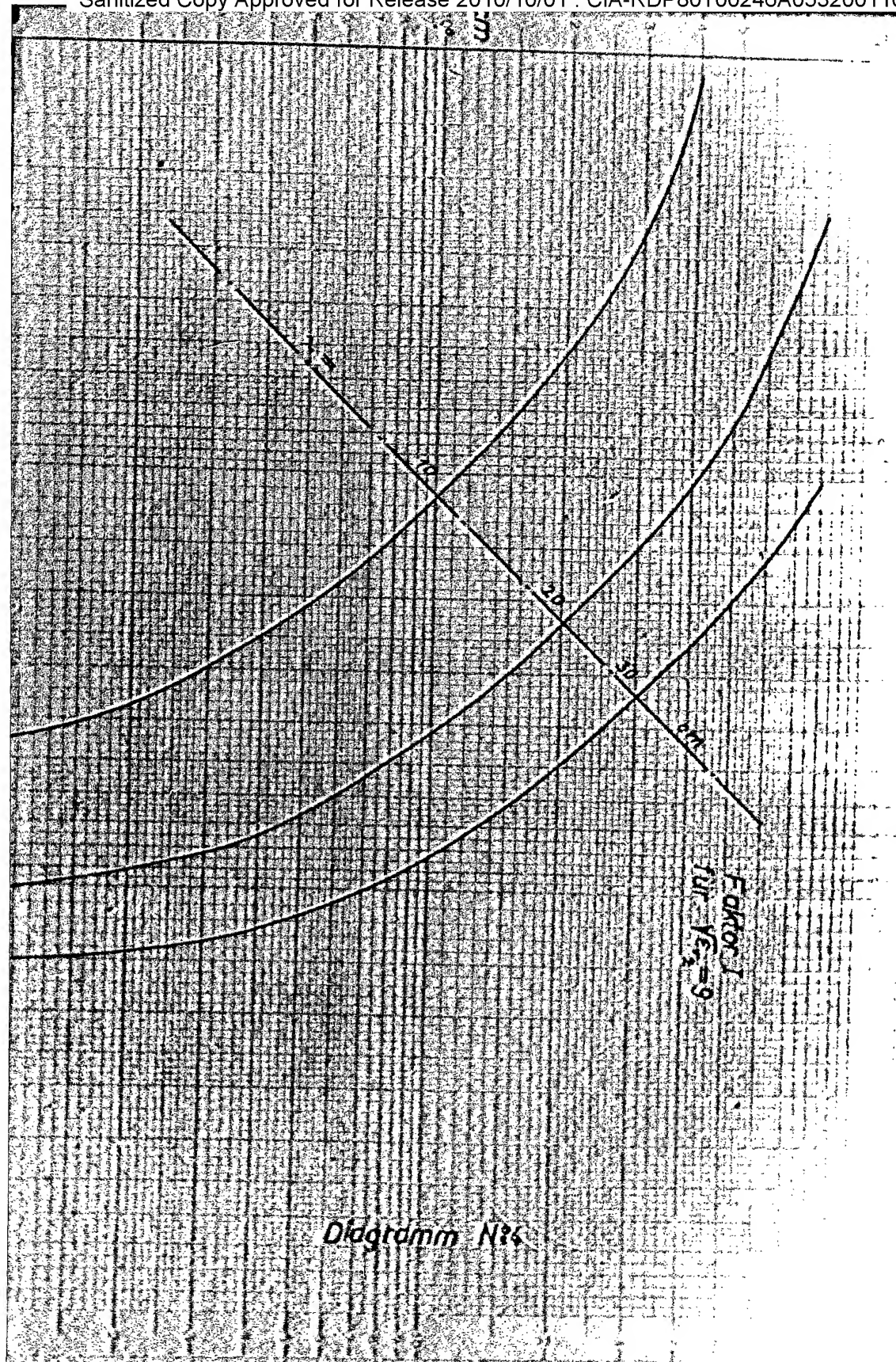
$$\sqrt{\epsilon_r} D = L \quad (34)$$

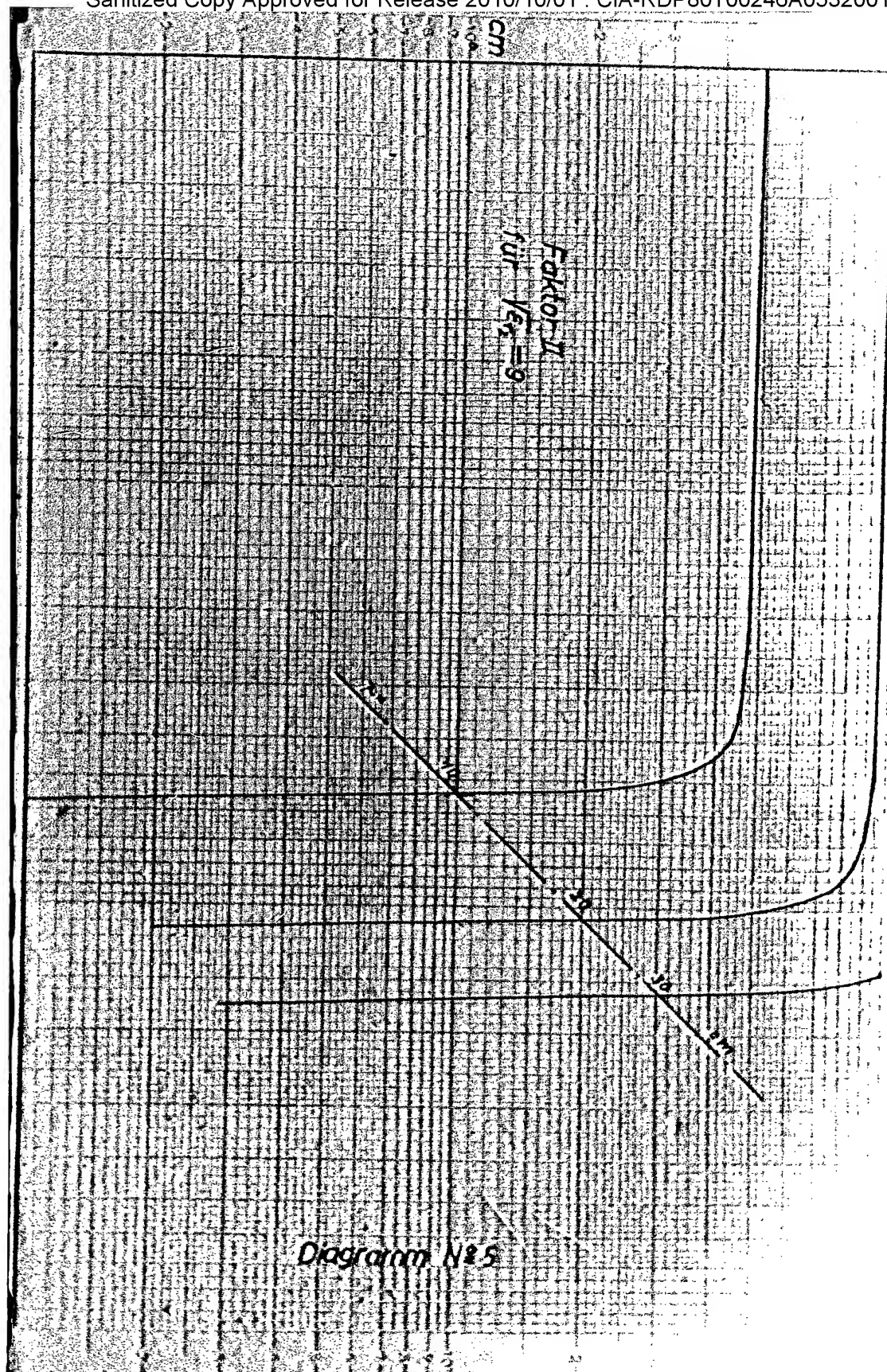
Es genügt also, wenn man für jeden Faktor eine Kurve berechnet und die Gerade (34) in λ_g Werten unterteilt. Soll nun L und D für einen Banipaß oder eine Bandsperrung bestimmt werden, so werden die auf Transparentpapier gezeichneten Kurven der entsprechenden Faktoren auf der Geraden an die entsprechenden Grenzfrequenzen angelegt. Für den Schnittpunkt werden dann L und D am Maßstab des Blattes der Geraden abgelesen. Die Kurven der Faktoren III und IV existieren im Punkte $L = \sqrt{\epsilon_r} D$ nicht, da für diesen Wert (33c) und (33d) nie erfüllt werden können.

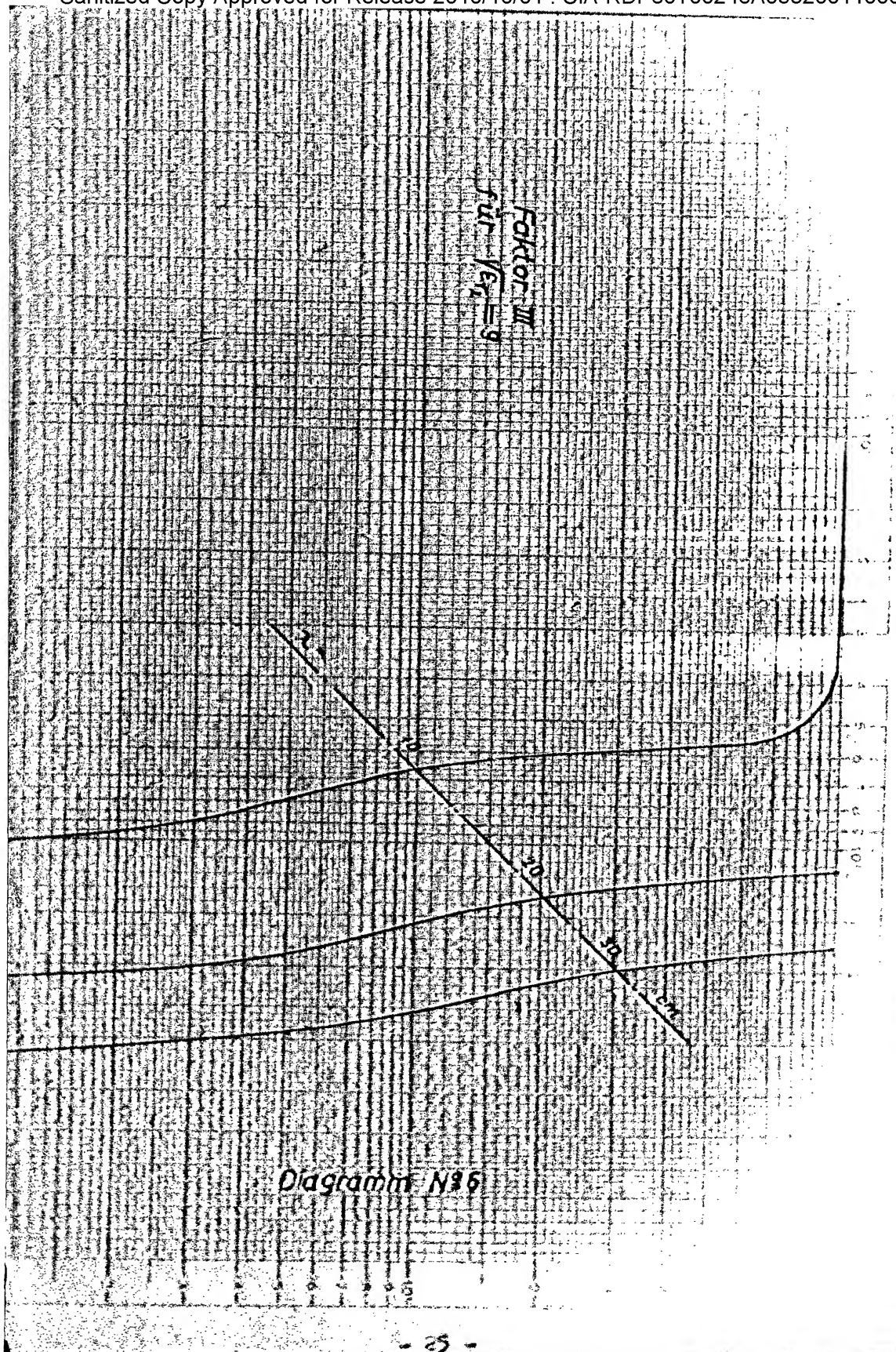
Die Gerade (34) müßte für jeden Faktor verschieden geteilt werden, man kann aber auch verschiedene parallele Geraden mit gleicher Teilung benutzen. Aus (33a) und (34) gewinnt man für Faktor I folgende Teilung

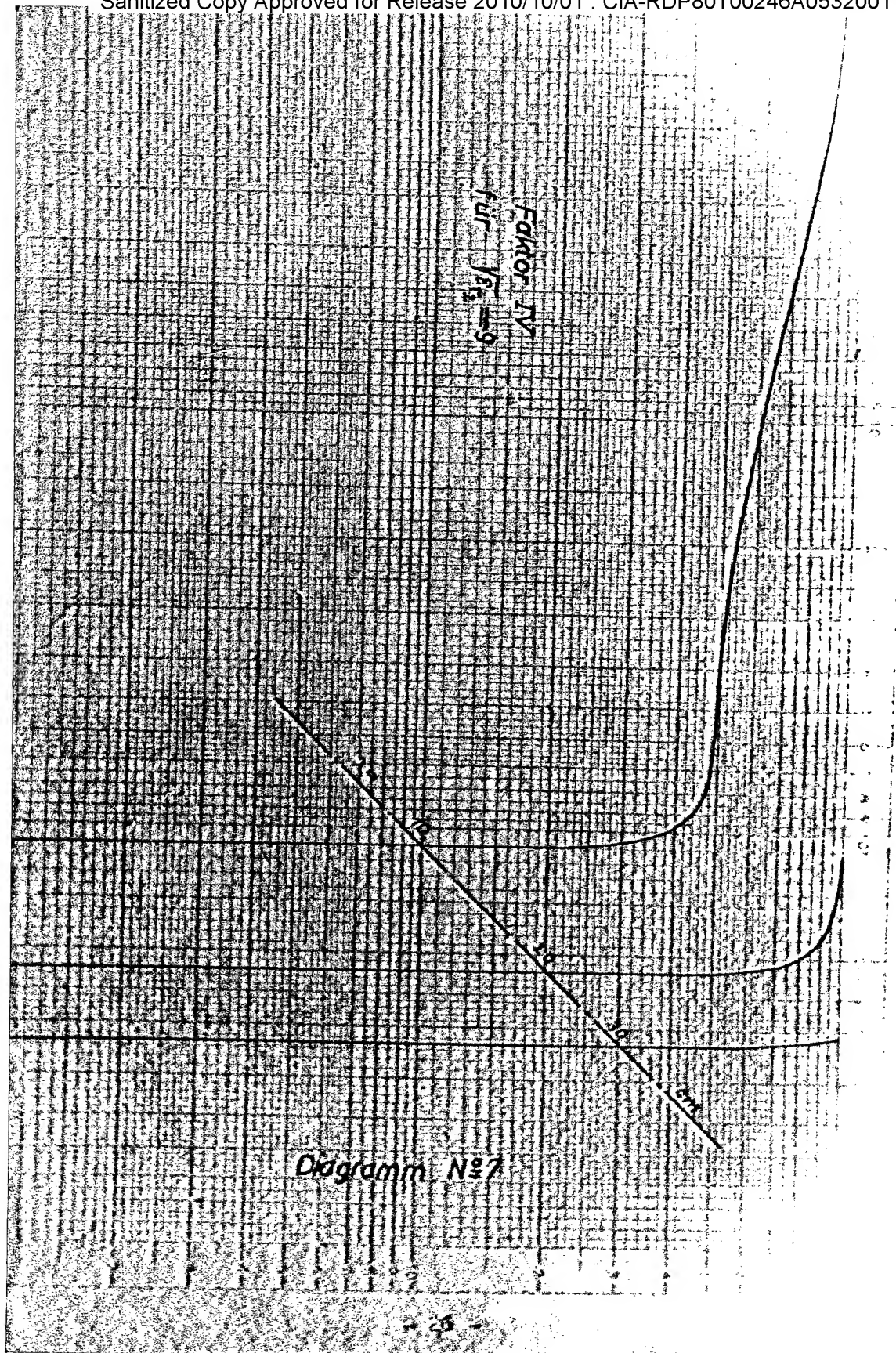
$$L = \frac{\lambda_g}{\pi} \arctg \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (35)$$

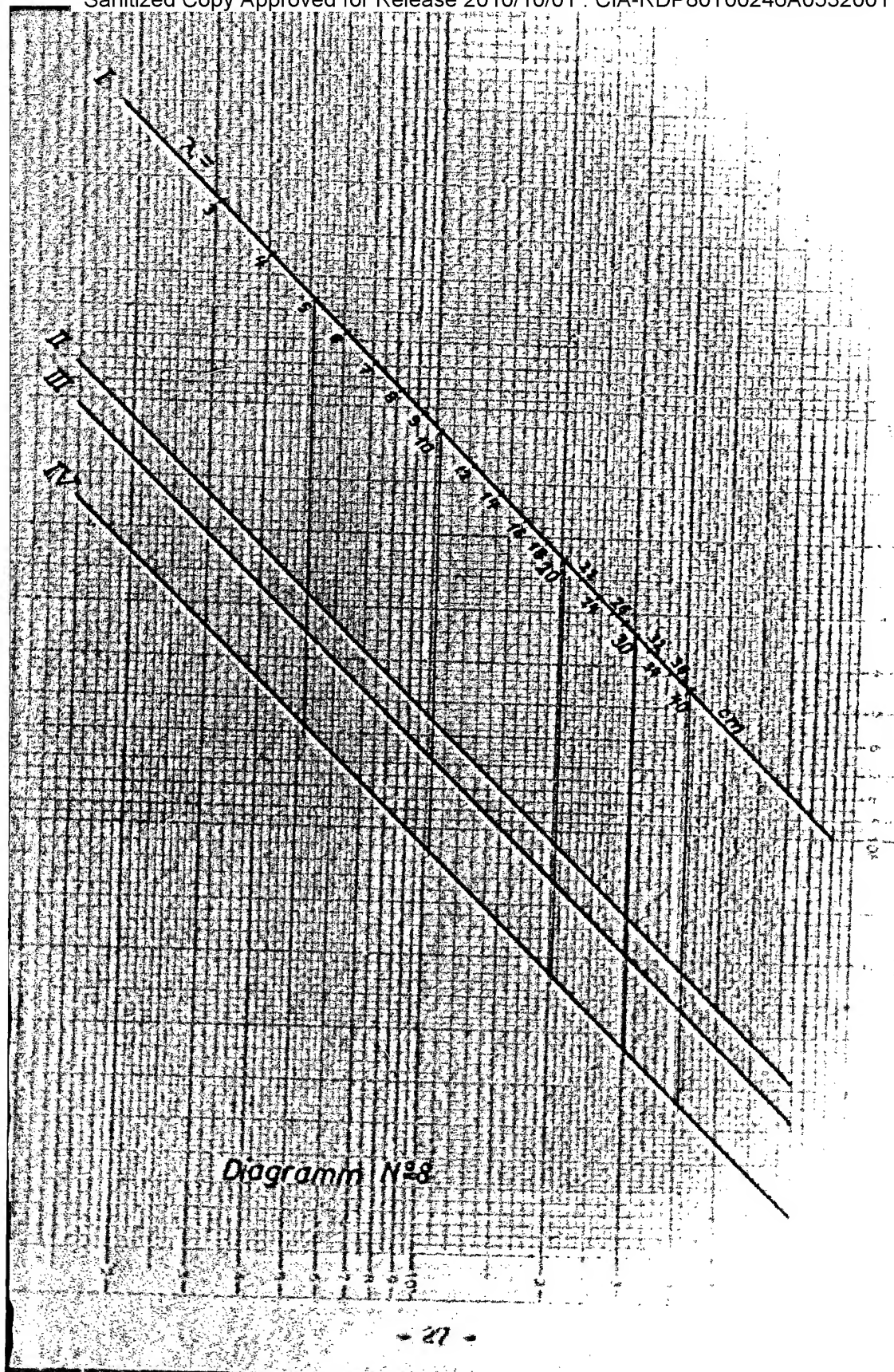
Diagramm Nr. 4 enthält diese Teilung für $\sqrt{\epsilon_r} = 2$









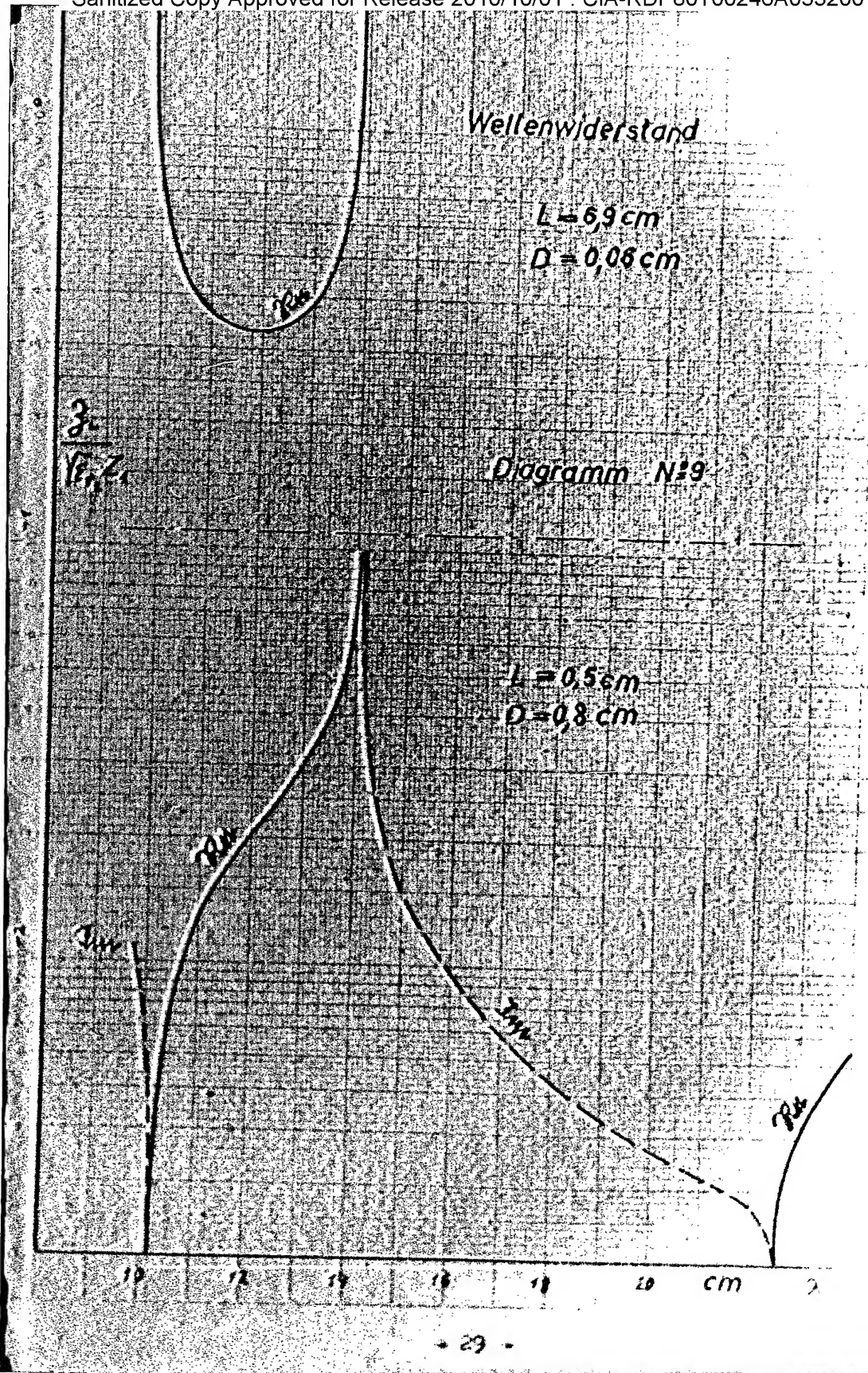


Entwurf eines Filters

Für „Condensa“ $\epsilon_r = 81$ ist ein Bandpaß mit den Grenzfrequenzen 10 cm und 14 cm projiziert worden. L und D wurden mit Hilfe der Diagramme 4 - 8 bestimmt. Die zwei Ausführungen waren:

$$\begin{aligned} L &= 0,8 \text{ cm} & D &= 0,5 \text{ cm} \\ \text{und} \\ L &= 6,9 \text{ cm} & D &= 0,06 \text{ cm} \end{aligned}$$

Wellenwiderstände und Übertragungsmaß wurden nach Gleichung (19 a) und (24) berechnet und sind in der Nähe des 2. Durchlaßbereiches im Diagramm No. 9 und No. 10 dargestellt. Da unter der Wurzel in (19 a) nur das Verhältnis der Wellenwiderstände $\sqrt{\epsilon_r}$ bzw. $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$ vorkommt, kann man durch geeignete Wahl von Z_1 jeden beliebigen Wellenwiderstand in Bandmitte verwirklichen. Man braucht dazu wegen (7) nur das Radiusverhältnis der koaxialen Leiter geeignet zu wählen.



Wellenübertragungsmaß

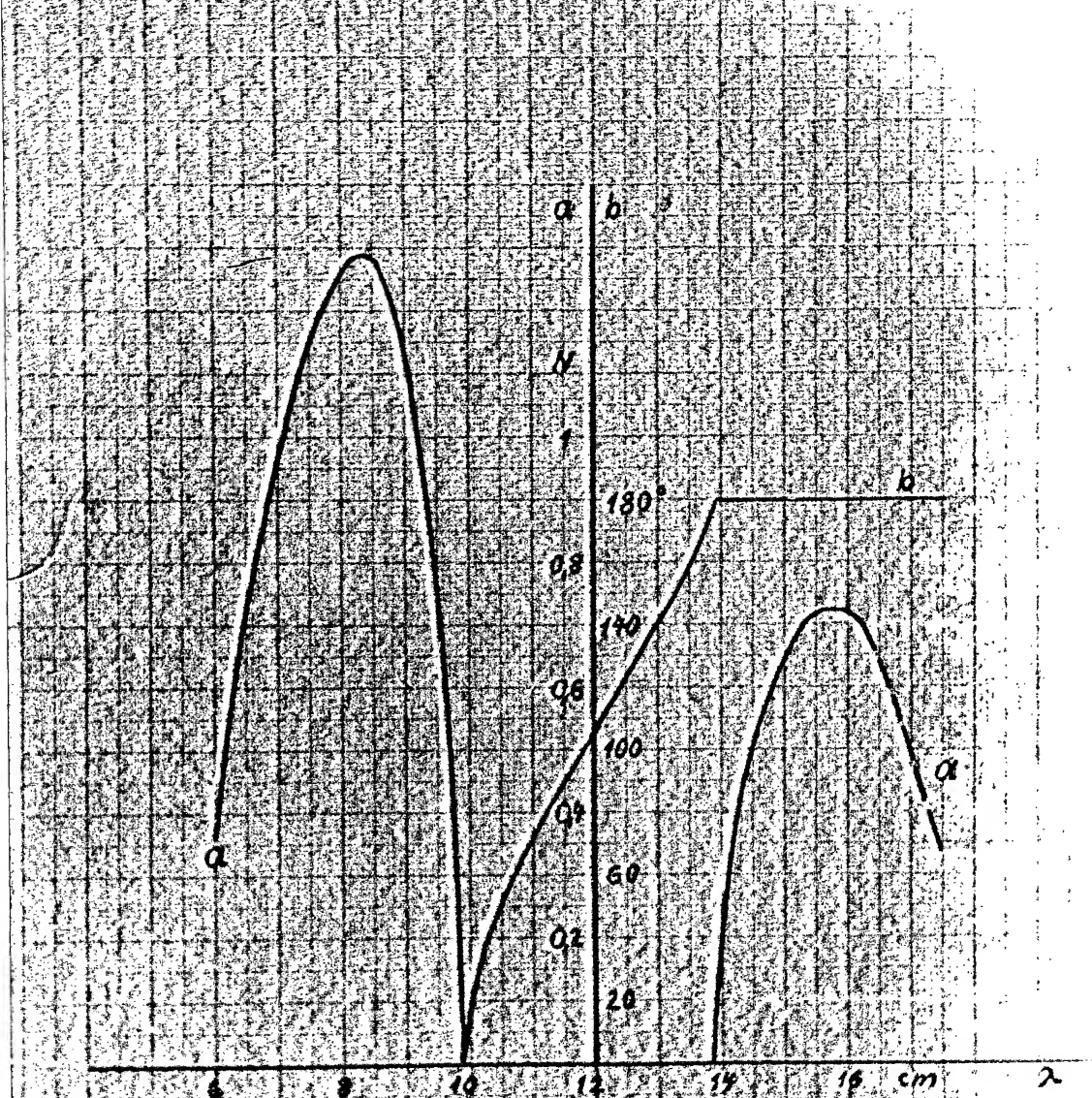


Diagramm N° 10

2.3 Übertragungseigenschaften eines koaxialen Systems mit Querschnittsprüngen des Innenleiters.

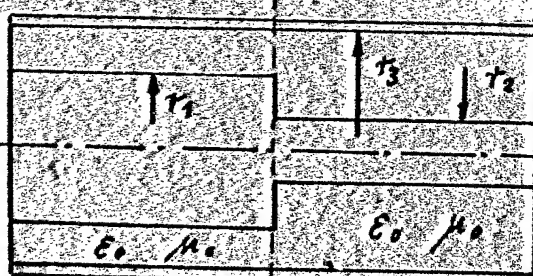


Abb. 10 Z_1 $z=0$ Z_2

An der Stelle $z = 0$ wird das Feldbild von dem einer T E M - Welle abweichen. Es ist also zuerst zu untersuchen, welchen Einfluß diese Stoßstelle auf die Übertragungseigenschaften hat. Es wird angenommen, daß eines der beiden Kabelstücke mit einer T E M - Welle gespeist wird. Diese breitet sich dann bis zur Stoßstelle aus. Ein Teil der Energie geht in eine T E M Welle im anderen Kabelabschnitt über, ein Teil wird reflektiert, und ein Teil ruft Z_2 Komponenten der Feldstärke hervor. Dies bedeutet die Anregung einer Hohlrohrwelle vom E-Typ. Werden die Kabelabmessungen so gewählt, daß sich diese Welle nur aperiodisch ausbreiten kann, so wird Z_2 in einer gewissen Entfernung von der Stoßstelle zu vernachlässigen sein, und man könnte dort die Begrenzung eines Vierpols annehmen, der die Stoßstelle enthält. Dieser Vierpol würde eine endliche Ausdehnung in Ausbreitungsrichtung haben. Da meistens die geometrischen Abmessungen der Kabelabschnitte von der Stoßstelle aus bekannt sind, müßte man diese Längen in die des Vierpols und die zweier neuer Kabelabschnitte aufteilen. Dies erfordert einen größeren rechnerischen Aufwand, so daß es zweckmäßig erscheint, die homogenen Kabelstücke von der Stoßstelle aus zu rechnen und

einen Ersatzvierpol ohne Ausdehnung in Ausbreitungsrichtung an der Stoßstelle einzufügen. Voraussetzung ist, daß die Längen bis zum Abschluß oder zur nächsten Stoßstelle so groß sind, daß dort die Wellenreflexion vernachlässigt werden kann. Der Vierpol Abb 10 zerfällt dann in drei Vierpole:



Abb. 11

2.31 Berechnung eines äquivalenten Ersatzvierpols für die Stoßstelle.

Als Koordinatensystem wurde ein Zylinderkoordinatensystem mit dem Koordinatenanfangspunkt $z = 0$ an der Stoßstelle gewählt.

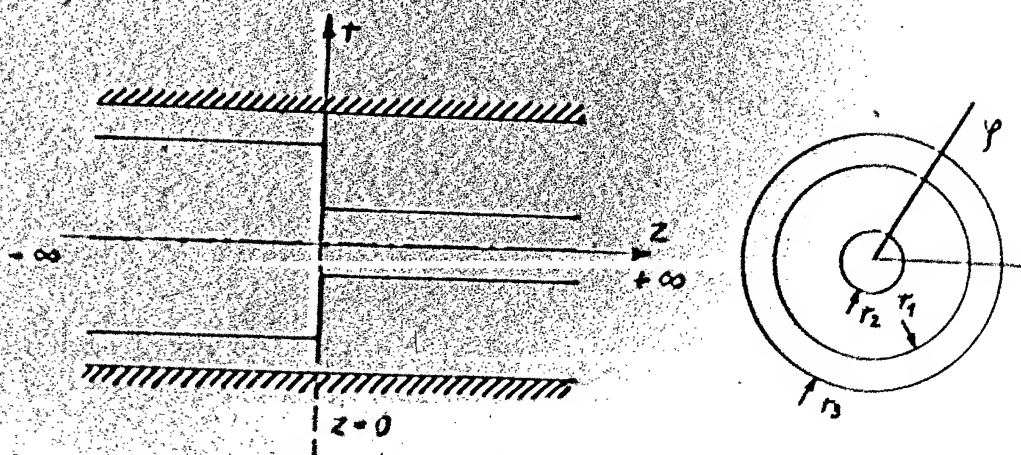


Abb. 12

Die Kabelstücke seien zunächst unendlich lang angenommen, da noch nicht bekannt ist, wann die Hohlraumwelle genügend gedämpft worden ist.

Die Grenzbedingungen lauten

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_z &= 0 \quad \text{für } r = r_1 \\ &\quad r = r_2 \\ &\quad r = r_3 \end{aligned} \quad (36)$$

und an der Stelle $z = 0$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_r &= 0 \quad \text{für } r_2 < r < r_1 \\ \mathcal{H}_{\theta_1} &= \mathcal{H}_{\theta_2} \quad \text{für } r_1 < r < r_3 \end{aligned} \quad (37)$$

Die an der Stelle $z = 0$ entstehenden \mathcal{E}_z Komponenten können wegen der Rotationssymmetrie nur die z -Komponenten einer H o n Welle sein.

Bei periodischer Ausbreitung dürfte das Feldbild folgende Form haben:

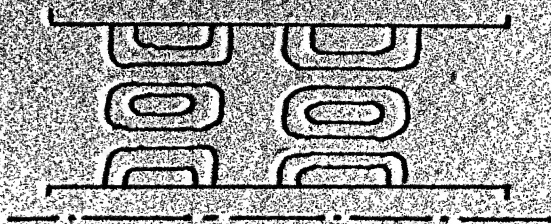


Abb. 13

Die einzelnen \mathcal{E}_z Feldlinienpakete liegen hohlzylindernförmig um den Innenleiter. Das magnetische Feld verläuft konzentrisch um den Innenleiter, verändert aber in Abhängigkeit von r und z seine Richtung und Stärke.

Da die Hohlrohrwelle keine Energie zum Verbraucher direkt überträgt, tritt kein Energieverlust auf. Der Ersatzvierpol kann also nur Blindelemente enthalten. Außerdem muß der Potentialverlauf an der Stoßstelle stetig sein. Für $z = 0$ erreicht die Spannung denselben Wert, gleichgültig ob man von $+\infty$ oder $-\infty$ kommt. Da der Vierpol in die Ebene $z = 0$ hineingelegt werden soll, muß er also durchgehende Verbindungen enthalten.

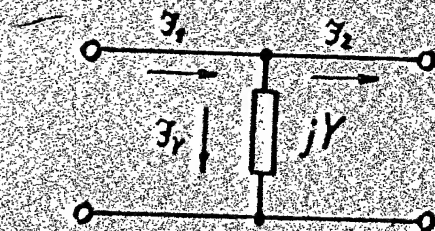


Abb. 14

Die Berechnung dieses stationären Leitwertes erfolgt über Strom und Spannung. Weil der Leitwert zwischen zwei Kabelstücken eingefügt ist, muß als Spannung die Spannung der T E M Welle bei $z = 0$ angesehen werden. Der Strom durch den Leitwert ergibt sich als Differenz der Leitungsströme der T E M-Wellen in Abschnitt 1 und Abschnitt 2. Diese Berechnung ist von Whinnery, Jamieson und Robbins [2] durchgeführt worden. Da die einzelnen Symbole der Lösung am besten aus der Rechnung heraus definiert werden, seien hier die wichtigsten Schritte noch einmal angegeben, wobei gleich eine Näherung gemacht werden soll, die die Lösung vereinfacht. Die T E M Welle läßt sich am einfachsten mit den Leitungsgleichungen behandeln. Die Wellen im Hohlraum zwischen Innen- und Außenleiter müssen über die Maxwell'schen Gleichungen ermittelt werden. Die Leiter werden dazu unendlich gut leitend angenommen und der Innenraum als raumladungsfrei.

Es gilt dann

$$\text{rot } \vec{h} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (38)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} \quad (39)$$

$$\text{div } \vec{h} = \text{div } \vec{E} = 0 \quad (40)$$

Wenn nur der eingeschwungene Zustand betrachtet werden soll, können die Ableitungen nach t und z in Operatorform geschrieben werden, da für den Momentanwert der Welle der Ansatz

$$A = A_{\max} e^{j\omega t} e^{-j\beta z} \quad (41)$$

gemacht wird,

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad (42)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta \quad (43)$$

Weiterhin sei die Abkürzung

$$K^2 = \mu_r \varepsilon_r \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 \quad (44)$$

eingeführt.

Führt man die Vektoroperationen in (38) und (39) in einem Zylinderkoordinatensystem aus und ersetzt alle \vec{E}_r und \vec{E}_ϕ Komponenten durch die \vec{E}_z Komponente, so gelangt man zur Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial \varphi^2} + K^2 \mathcal{E}_z = 0 \quad (-)$$

Da die Anregung im Falle des sprunghaften Übergangs rotationssymmetrisch ist, müssen auch die erregten Wellen rotationssymmetrisch sein, so daß alle Glieder mit $\frac{\partial}{\partial \varphi}$ null werden.

Die Gleichung

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial r} + K^2 \mathcal{E}_z = 0 \quad (46)$$

hat das Ansehen einer Besselschen Differentialgleichung

$$\frac{d^2 Z_p(z)}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dZ_p(z)}{dz} + \left(1 - \frac{p^2}{z^2}\right) Z_p(z) = 0 \quad (47)$$

Identität besteht, wenn

$p = 0$ und $kr = z$ gesetzt wird.

Als Lösung ergibt sich eine Zylinderfunktion

$$Z_p = C_1 J_p + C_2 Y_p \quad (48)$$

in unserem Fall

$$\mathcal{E}_{z0n} = E_{z0n} Z_0(Kr) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (49)$$

Die Konstante C_1 kann in E_{z0n} eingerechnet werden. Die Zylinderfunktionen bekommen dann folgendes Ansehen:

$$Z_0(Kr) = J_0(Kr) + \frac{C_2}{C_1} N_0(Kr) \quad (50)$$

Da für r_1 und r_a \mathcal{E}_z null werden muß, ist

$$Z_0(Kn r_1) = Z_0(Kn r_a) = 0 \quad (5)$$

Daraus ergibt sich $\frac{C_2}{C_1}$ zu:

$$\frac{C_2}{C_1} = - \frac{J_0(Kn r_1)}{N_0(Kn r_1)} = - \frac{J_0(Kn r_a)}{N_0(Kn r_a)} \quad (52)$$

Setzt man (52) in (50) ein, so bekommt man:

$$J_0(Kn r_1) N_0(Kn r_a) - J_0(Kn r_a) N_0(Kn r_1) = 0 \quad (53)$$

Dieses ist die Bestimmungsgleichung für Kn

Da unendlich viele Wurzeln dieser Gleichung existieren, können auch unendlich viele Wellentypen existieren. Sie sind jedoch alle rotationssymmetrisch, also vom Typ.

Die \mathcal{E}_r und h_r Komponenten ergeben sich aus:

$$\mathcal{E}_{rn} = -j \frac{\beta_n}{K_n^2} \frac{\partial \mathcal{E}_{zn}}{\partial r} \quad (54)$$

$$h_{rn} = -j \frac{\omega \epsilon}{K_n^2} \frac{\partial \mathcal{E}_{zn}}{\partial r} \quad (55)$$

Die Spannung an der Stofstelle hängt sowohl vom Reflexionsfaktor bei $z=0$ als auch vom Abschluß des einen Fabelstückes ab. Sie kann also willkürlich angedeutet werden. Es bleiben die Ströme zu bestimmen. Es soll nun eine Näherung gesucht werden, die

bei großen Querschnittssprüngen sicher zulässig.
Betrachtet man das Feld in der Nähe eines kurz an-
geschalteten Kabelstücks mit viel größerem Innenle-
terdurchmesser,

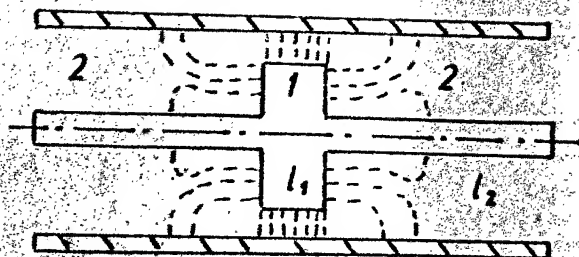


Abb. 15

so werden die Feldlinien im Abschnitt 1 nur sehr we-
nig von denen eines homogenen Kabels abweichen, da
die höhere elektrische Feldstärke gegenüber Abschnitt
2 wie eine Abschirmung wirkt. Die in diesen Abschnitt
eindringenden Eon Wellen werden vernachlässigbar sein.
Das bedeutet gleichzeitig, daß die beiden Abschnitte
gegeneinander abgeschirmt sind.

Während l_2 lang gemacht werden muß, damit die Hohl-
raumwellen genügend gedämpft werden, kann l_1 , ohne
große Fehler erwarten zu müssen, sehr klein gemacht
werden.

Der Strom, der aus Abschnitt 1 in die Stoßstelle hin-
fließt, kann aus dem Magnetfeld der T B M Welle be-
rechnet werden.

In einem kleinen Abschnitt $r \, dy \cdot dr$

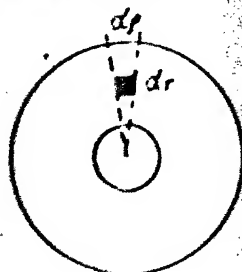


Abb. 16

kanndie Welle als eben aufgefaßt werden, da ϵ_r
 η_r senkrecht stehen. Der Quotient $\frac{\epsilon_r}{\eta_r}$ muß der
 Feldwellenwiderstand

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{\epsilon_r}{\eta_r} \quad (56)$$

sein.

Für alle weiteren Berechnungen wird in beiden
 stücken Luft als Dielektrikum angenommen.

$$\mu_r = \epsilon_r = 1$$

Für die elektrische Feldstärke in einem Koaxialkabel
 gilt:

$$E_r = \frac{U}{r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (57)$$

Für Abschnitt 1 bei $z = 0$ folgt daraus

$$E_{r,0} = \frac{U_0}{r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (57 a)$$

mit (56) ergibt sich

$$\eta_r = \frac{1}{Z_0} \cdot E_r \quad (58)$$

und aus dem Durchflutungsgesetz

$$I = \oint \eta_r ds \quad (59)$$

der in die Stoßteile fließende Strom

$$I_1 = 2\pi r \eta_r \quad (59 a)$$

und mit (57a) und (58)

$$J_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{U_0}{\ln \frac{r_3}{r_1}} \quad (60)$$

Im Abschnitt 2 soll ja im Ersatzbild nur eine Welle sein. J_1 bekommt man also, wenn man sich der Stoßstelle von $z = +\infty$ her nähert, also

$$\epsilon_{r10} = \frac{U_0}{r \ln \frac{r_3}{r_2}}$$

einsetzt.

Der Leitungsstrom J_2 ergibt sich analog zu J_1 .

$$J_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{U_0}{\ln \frac{r_3}{r_2}}$$

Es muß nun noch ein Zusammenhang der Leitungsströme mit dem Verschiebungsstrom gesucht werden. Man bekommt ihn, wenn man in einer Ebene $y = \text{konst.}$ das Ringintegral über $\Sigma \vec{h}$ bildet.

Wegen der fehlenden h_z -Komponente muß dieses null sein.

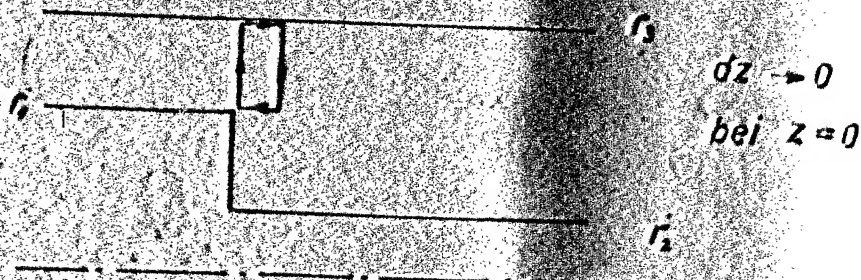


Abb. 17

Der Integrationsweg wird gütig so gewählt, daß nicht viele Summanden der Lösung null werden.

$$\int_{r_1}^{r_3} \sum h_{\gamma_1} dr + \int_{r_3}^{r_1} \sum h_{\gamma_2} dr = 0 \quad (61)$$

Im Abschnitt 2 setzt sich h_{γ} aus den Komponenten: E, H und den E o n Wellen zusammen:

$$\int_{r_1}^{r_3} \frac{1}{r \ln \frac{r_3}{r_1}} dr = \int_{r_1}^{r_3} \left(\frac{1}{r \ln \frac{r_3}{r_1}} + \sum_n -j \frac{\omega \epsilon}{K_n^2} \frac{\partial E_{zn}}{\partial r} \right) dr \quad (61 a)$$

Integriert man und setzt die Grenzen ein, so erhält man mit (49)

$$\frac{1}{j} \cdot u_1 - \frac{1}{j} \cdot u_2 \cdot \ln \frac{r_3}{r_1} = \sum_n -j \frac{\omega \epsilon}{K_n^2} E_{zn} Z_0(K_n r) \quad (62)$$

Die Zeitabhängigkeit wurde weggelassen, da nur die Amplituden wichtig sind.

Multipliziert man (62) mit $\frac{2\pi}{\ln \frac{r_3}{r_1}}$, so steht links die Differenz der Ströme $J_1 - J_2$, also der Verschleppungsstrom.

$$J_1 - J_2 = -j \omega \epsilon \sum_n \frac{E_{zn}}{K_n^2} Z_0(K_n r) \cdot \frac{2\pi}{\ln \frac{r_3}{r_1}} \quad (63)$$

Es müssen nun noch die Amplituden E_{zn} der E o n Wellen bestimmt werden. Dies geschieht über die Grenzbedingung des elektrischen Feldes

$$\int_{r_1}^{r_3} \sum E_r dr + \int_{r_3}^{r_1} \sum E_r dr = 0 \quad \text{da } E_r = 0 \quad \text{für } r < r_1 \quad (64)$$

Multipliziert man vor der Integration beide Integranden

mit $r Z_1(K_m r)$

$$\int_{r_2}^{r_3} \left[\frac{U_0}{r \ln \frac{r_3}{r_2}} - \sum_n j \frac{\beta_n}{K_n^2} \frac{\partial \mathcal{E}_{zn}}{\partial r} \right] r Z_1(K_m r) dr =$$

$$\int_{r_1}^{r_3} \frac{U_0}{\ln \frac{r_3}{r_1}} Z_1(K_m r) dr \quad (65)$$

so werden ähnlich wie beim Fourierintegral alle Integrale mit $K_m \neq K_n$ null, da sie $Z_0(K_n r_1)$ bzw. $Z_0(K_n r_3)$ enthalten, die ja wegen der Grenzbedingungen (51) verschwinden müssen. Es läßt sich also für jedes vorgegebene K_n die Amplitude E_{zn} der erregten Hohlraumwelle bestimmen:

$$E_{zn} = -j \frac{2 Z_0(K_n r_1) U_0}{\beta_n \ln \frac{r_3}{r_1} [r_3^2 Z_1^2(K_n r_3) - r_1^2 Z_1^2(K_n r_1)]} \quad (66)$$

wird β_n aus (44) eingesetzt, so ergibt sich der stationäre Ersatzleitwert

$$jY = \frac{I_0}{U} = j \frac{4\pi\omega\epsilon}{\ln^2(\frac{r_3}{r_1})} \sum_n \frac{Z_0(K_n r_1)}{\sqrt{K_n^2 - (\frac{2\pi}{\lambda})^2} [K_n^2 r_3^2 Z_1^2(K_n r_3) - K_n^2 r_1^2 Z_1^2(K_n r_1)]} \quad (67)$$

Man sieht, daß dieser Leitwert durch eine Kapazität gebildet werden kann, die jedoch wegen des Faktors

$$\frac{1}{\sqrt{K_n^2 - (\frac{2\pi}{\lambda})^2}}$$

nicht frequenzunabhängig ist. Diese Frequenzabhängigkeit ist jedoch bis zu Wellenlängen von 10 cm meist zu vernachlässigen. Sie hängt von K_n , also den Abmessungen ab.

$$C_{ers} = \frac{4\pi\epsilon}{\ln^2 \frac{r_3}{r_1}} \sum_n \frac{Z_0(K_n r_1)}{\sqrt{K_n^2 - (\frac{2\pi}{\lambda})^2} [K_n^2 r_3^2 Z_1^2(K_n r_3) - K_n^2 r_2^2 Z_1^2(K_n r_2)]}$$

(68)

Für kleine Verhältnisse von $\frac{r_3}{r_2}$ ist in (2) eine Parameterdarstellung für C_{ers} gegeben. Für große Verhältnisse $\frac{r_3}{r_2}$ muß C_{ers} nach (68) berechnet werden. Die Summe \sum konvergiert sehr schnell, so daß es meistens ausreicht, die ersten zwei Glieder (68) überhaupt bloß das erste zu bestimmen. Es ist nur noch zu untersuchen, wie lang die Länge λ sein muß, damit diese Darstellung eines stationären Wellenwertes Verwendung finden kann. Im Meinkes Kapitel (3) sind folgende Zusammenhänge der Kabelabmessungen mit den Grenzwellen angegeben:

$$\lambda_K \approx d_a - d_i \quad (69)$$

für die E_{01} Welle. Dies ist die E_{01} Welle mit der größten Grenzwellenlänge.

Es sollen jedoch auch die durch etwa vorhandene Unsymmetrien entstandenen H Wellen geklärt werden. Für die H_{11} Welle gilt

$$\lambda_K \approx \frac{\pi}{1} (d_a + d_i) \quad (70)$$

Man muß die Abmessungen solcher Filter also so wählen,

daß die kleinste vorkommende Betriebswellenlänge größer als der mittlere Umfang ist. Die E_{01} Welle wird dann sehr stark gedämpft, und zwar nach der Funktion

$$e^{-\frac{2\pi z}{d_a - d_i}} \quad (71)$$

Soll die Feldstärke beispielsweise auf ein Hundertstel abgefallen sein, so gilt für $z = l_2$

$$0,01 = e^{-\frac{2\pi z}{d_a - d_i}}$$

$$l_2 = 0,73 (d_a - d_i) \quad (72)$$

Die Ersatzkapazität ist also so bestimmt worden, daß der in der räumlichen Umgebung der Störquelle fließende Verschiebungsstrom gleich dem Verschiebungsstrom durch einen kapazitiven Leiter $j\omega C_0$ ist, der keine räumliche Ausdehnung besitzt.

2.32 Berechnung des Wellenwiderstandes

Grundsätzlich wird genau so wie unter 2.31 verfahren, nur sind jetzt 3 Vierpole in Kette zu schalten. Aus Anpassungsgründen sei jetzt Z_1 die hochohmige Seite des Vierpols.

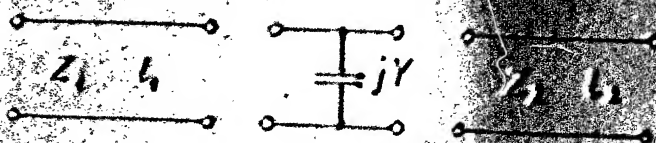


Abb. 13

Die Kettenmatrizen dieser Vierpole lauten

$$\| \alpha_1 \| = \begin{vmatrix} \cos \beta l_1 & j Z_1 \sin \beta l_1 \\ j \frac{\sin \beta l_1}{Z_1} & \cos \beta l_1 \end{vmatrix} \quad (73 a)$$

$$\| \alpha_2 \| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ j Y & 1 \end{vmatrix} \quad (73 b)$$

$$\| \alpha_3 \| = \begin{vmatrix} \cos \beta l_2 & j Z_2 \sin \beta l_2 \\ j \frac{\sin \beta l_2}{Z_2} & \cos \beta l_2 \end{vmatrix} \quad (73 c)$$

Die Koeffizienten der Gesamtmatrize ergeben sich nach (9)

$$\| \alpha_{\text{ges}} \| = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} \quad (74)$$

$$(75a) \quad \alpha_{11} = \cos \beta l_1 \cos \beta l_2 - Z_1 Y \sin \beta l_1 \cos \beta l_2 - \frac{Z_1}{Z_2} \sin \beta l_1 \sin \beta l_2$$

$$(75b) \quad \alpha_{12} = j \left\{ Z_2 \sin \beta l_2 \cos \beta l_1 - Z_1 Z_2 Y \sin \beta l_1 \sin \beta l_2 + Z_1 \sin \beta l_1 \cos \beta l_2 \right\}$$

$$(75c) \quad \alpha_{21} = j \left\{ \frac{\sin \beta l_1}{Z_1} \cos \beta l_2 + Y \cos \beta l_1 \cos \beta l_2 + \frac{\sin \beta l_2}{Z_2} \cos \beta l_1 \right\}$$

$$(75d) \quad \alpha_{22} = \cos \beta l_1 \cos \beta l_2 - \frac{Z_1}{Z_2} \sin \beta l_1 \sin \beta l_2 - Y Z_2 \cos \beta l_1 \sin \beta l_2$$

Die Wellenwiderstände ergeben sich nach (17) und (5). Teilt man
 α_{11} und α_{22} durch $\cos \beta l_1$ $\cos \beta l_2$ und
 α_{12} und α_{21} durch $\cos \beta l_1$ $\sin \beta l_2$ so erhält man

$$Z_L = Z_1 \sqrt{\frac{\text{I} \quad \text{III}}{\text{II} \quad \text{IV}}} \quad (76)$$

$$Z_L = Z_2 \sqrt{\frac{\text{I} \quad \text{III}}{\text{II} \quad \text{IV}}} \quad (77)$$

Um mit dem Filter 2.24 vergleichen zu können, wurde wieder $\frac{Z_1}{Z_2} = 9$ gewählt. Leider kommt jetzt unter der Wurzel auch Z_1 in Verbindung mit C vor. Z_1 geht also in die Grenzfrequenzen ein. Man kann den Wellenwiderstand in Bandmitte nicht mehr durch Z_1 variieren. Dies ist nur in einem kleinen Bereich möglich, in dem $C \cdot Z_1$ konstant ist. (C ist ja eine Funktion von Z_1 und Z_2).

Die Grenzfrequenzen ergeben sich aus den Nullstellen der Faktoren I bis IV. Für $2 l_1$ ist L , der Abstand zweier metallischer Scheiben, für $2 l_2$ die Scheibendicke D eingeführt.

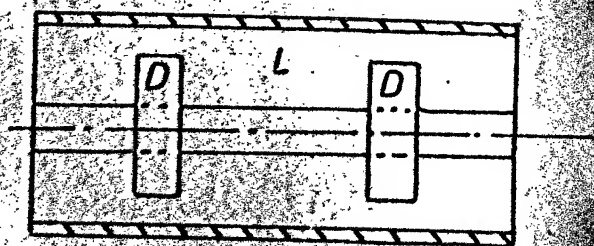


Abb. 19

$$I \quad 1 - Z_1 \frac{2\pi\epsilon C}{\lambda_g} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_g} - \frac{Z_1}{Z_2} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_g} \operatorname{tg} \frac{\pi D}{\lambda_g} = 0 \quad (77.1)$$

$$II \quad \frac{Z_1}{Z_2} - Z_1 \frac{2\pi\epsilon C}{\lambda_g} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_g} - \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_g} \operatorname{tg} \frac{\pi D}{\lambda_g} = 0 \quad (77.2)$$

$$III \quad 1 - Z_1 \frac{2\pi\epsilon C}{\lambda_g} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_g} + \frac{Z_1}{Z_2} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_g} \operatorname{ctg} \frac{\pi D}{\lambda_g} = 0 \quad (77.3)$$

$$IV \quad \frac{Z_1}{Z_2} + Z_1 \frac{2\pi\epsilon C}{\lambda_g} \operatorname{ctg} \frac{\pi D}{\lambda_g} + \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_g} \operatorname{ctg} \frac{\pi D}{\lambda_g} = 0 \quad (77.4)$$

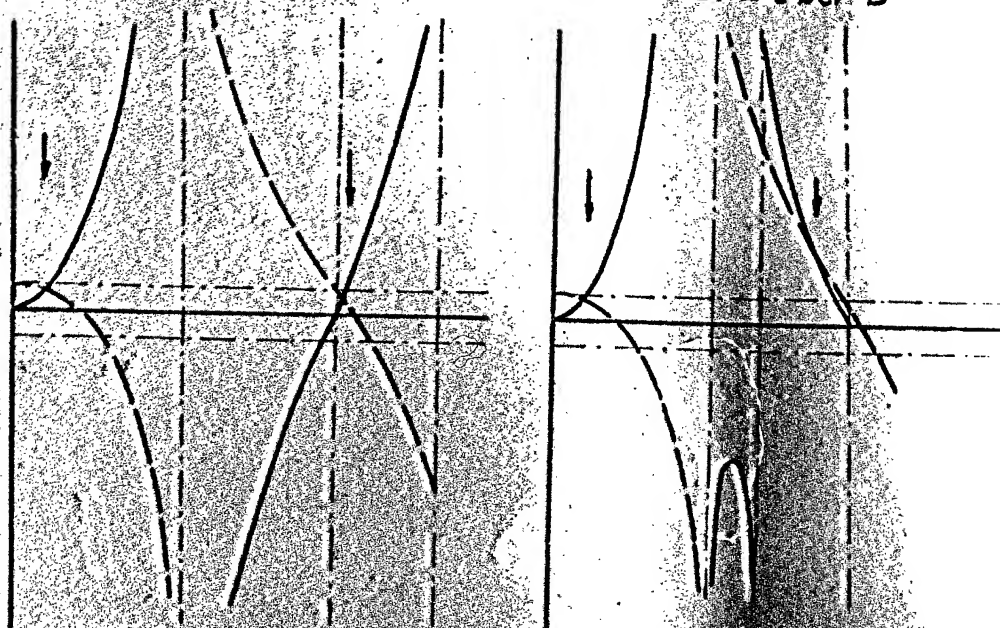
Die Reihenfolge der Nullstellen für $L \gg D$ ist aus den Diagrammen 10, II und No. 12 ersichtlich. Sie lautet I, II, III, IV.

Diagramm N°11

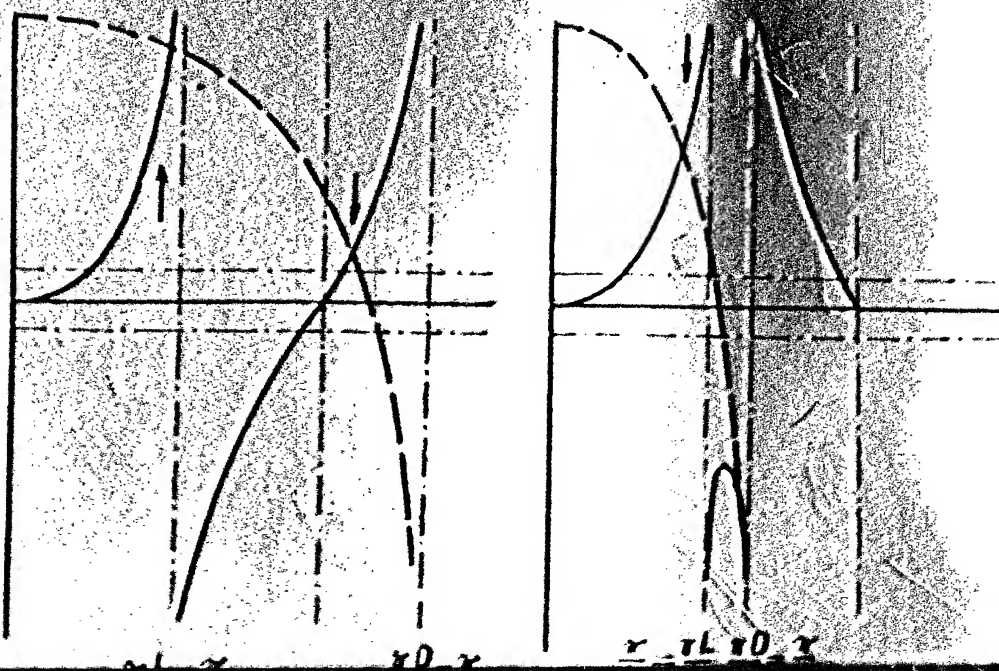
$$I \quad \frac{1 - Z_{11} \frac{2\pi c}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda}}{Z_{12} \frac{2\pi c}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda}} = \frac{Z_{11} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi D}{\lambda}}{Z_{12} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi D}{\lambda}}$$

$L \gg D$

$L \text{ nahe bei } D$



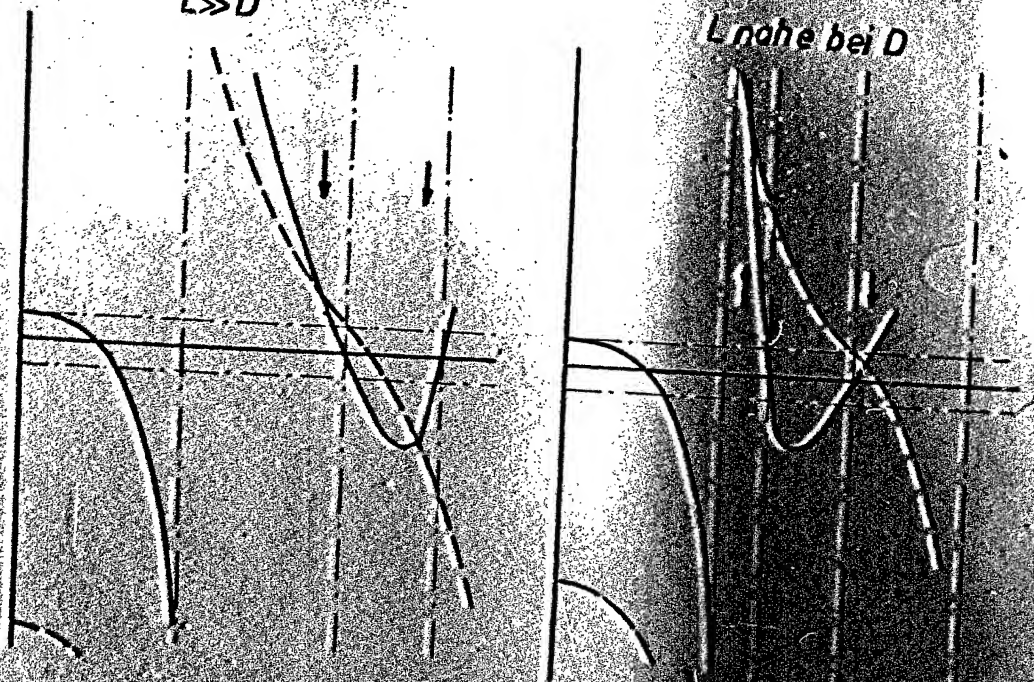
$$II \quad \frac{Z_{11} - Z_{12} \frac{2\pi c}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi D}{\lambda}}{Z_{12} \frac{2\pi c}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi D}{\lambda}} = \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi D}{\lambda}$$



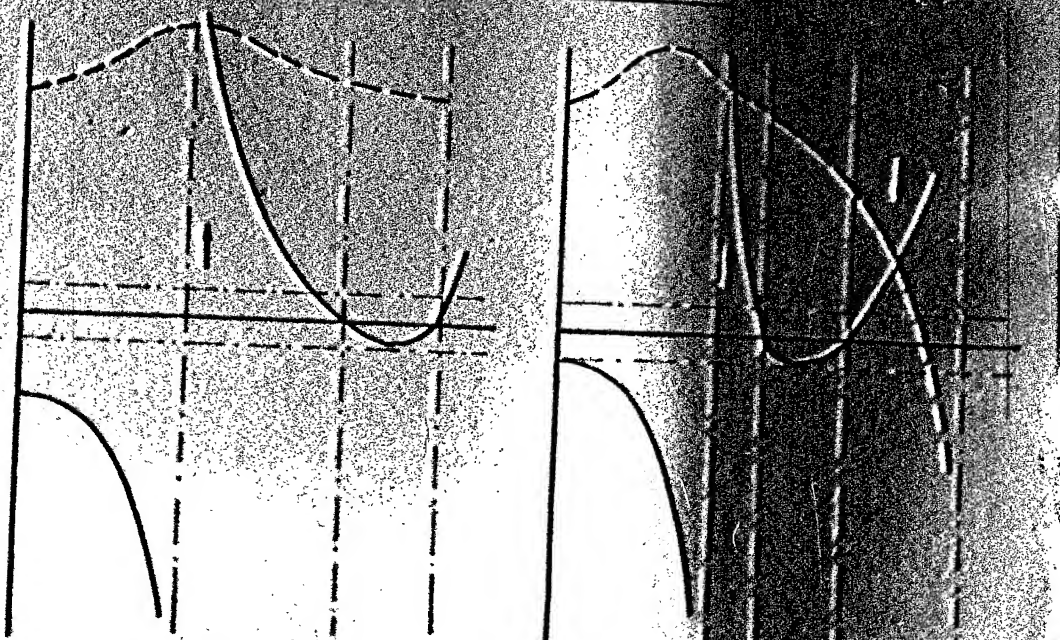
$$III \quad \frac{1 - Z_L \frac{2\pi c}{\lambda} \lg \frac{\pi L}{\lambda}}{Z_L} = - \frac{Z_L \lg \frac{\pi L}{\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\pi D}{\lambda}}{Z_L}$$

$L \gg D$

$L \text{ nahe bei } D$



$$IV \quad \frac{Z_L + Z_L \frac{2\pi c}{\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\pi D}{\lambda}}{Z_L} = - \lg \frac{\pi L \operatorname{ctg} \frac{\pi D}{\lambda}}{\lambda}$$



$$\frac{\pi L}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi D}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi L \operatorname{ctg} \frac{\pi D}{\lambda}}{\lambda}$$

Zur Bestimmung von L und D wurde wieder eine Parameterdarstellung der 4 Faktoren mit λ_g als Parameter gewählt. Da alle Faktoren ein Glied enthalten, das proportional $\frac{1}{\lambda_g}$ ist, können die einzelnen Kurven der Schar nicht mehr durch Verschieben einer einzigen Kurve gewonnen werden. Man muß also die Kurven für die gewünschten Grenzwellenlängen numerisch ermitteln. Auch der Durchmesser des Außenleiters des koaxialen Systems muß festgelegt werden, da C_{ers} von diesem abhängt. Der Wellenwiderstand im Bandmitte liegt also mit den Grenzfrequenzen fest, und man wird in den meisten Fällen Transformationsglieder benötigen, um das Filter an die Zuleitungskabel anzupassen.

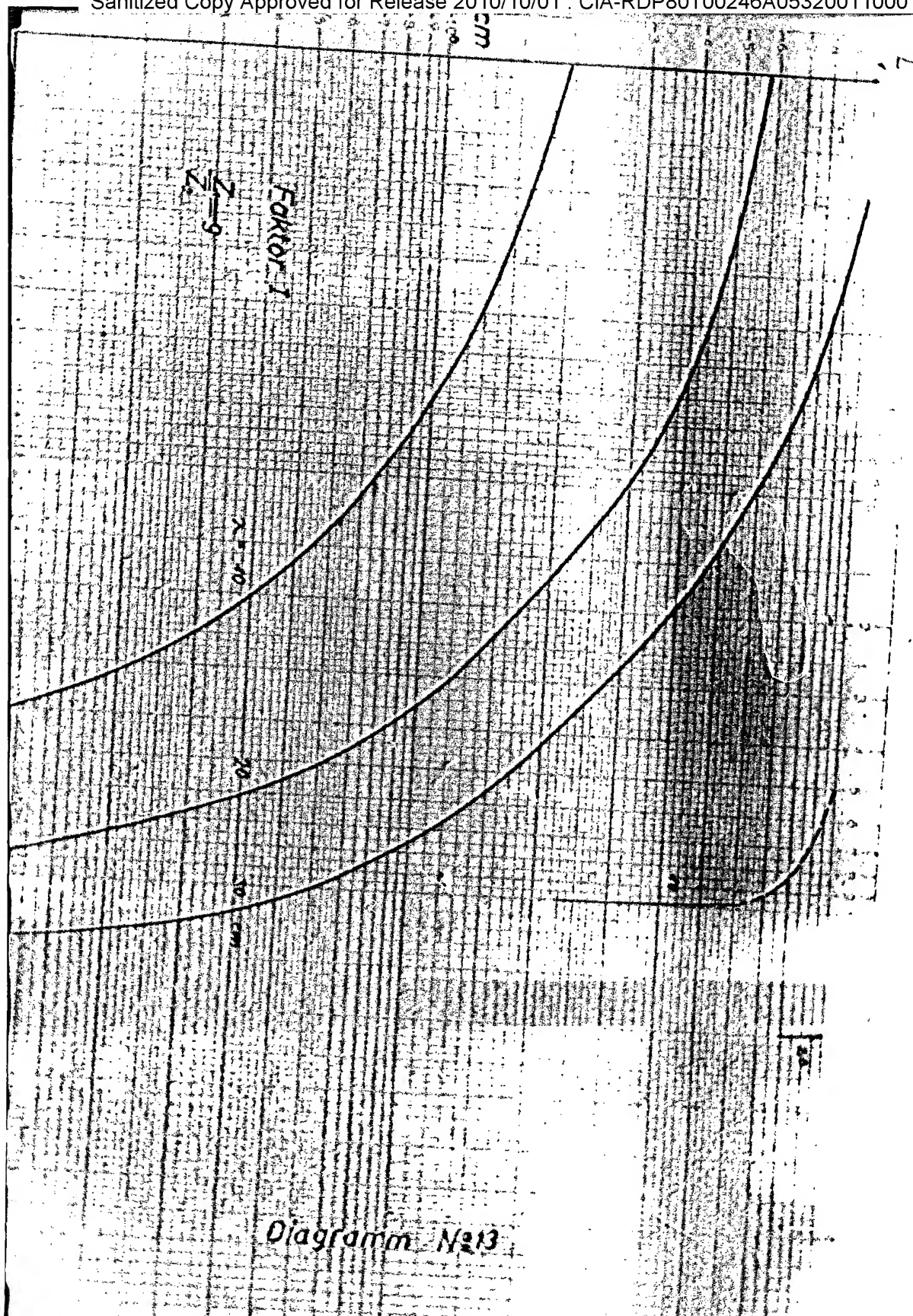
In den Diagrammen No. 13 bis No. 16 sind die Zusammenhänge zwischen L und D für einige Grenzwertkombinationen gezeichnet.

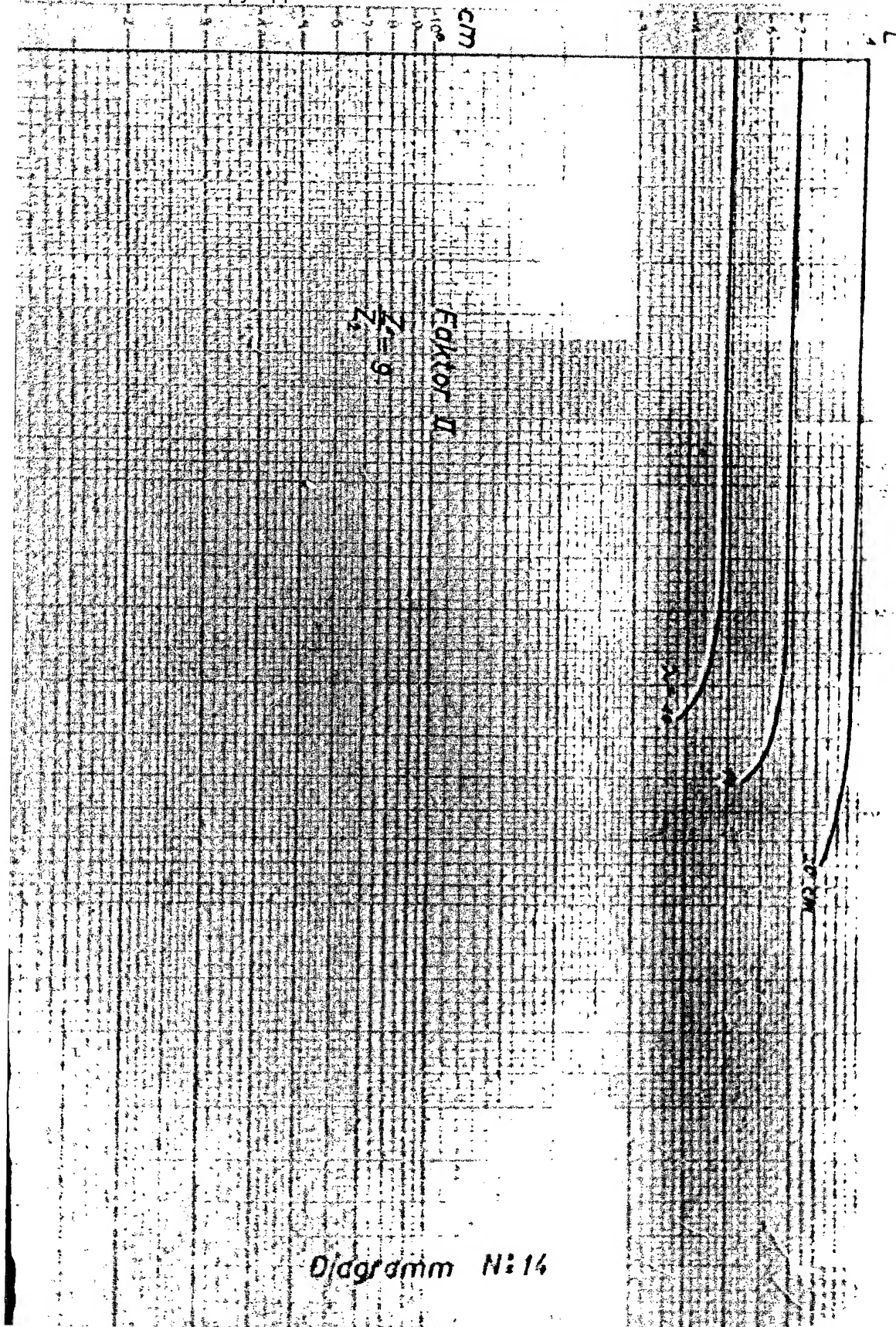
Die Konstanten sind:

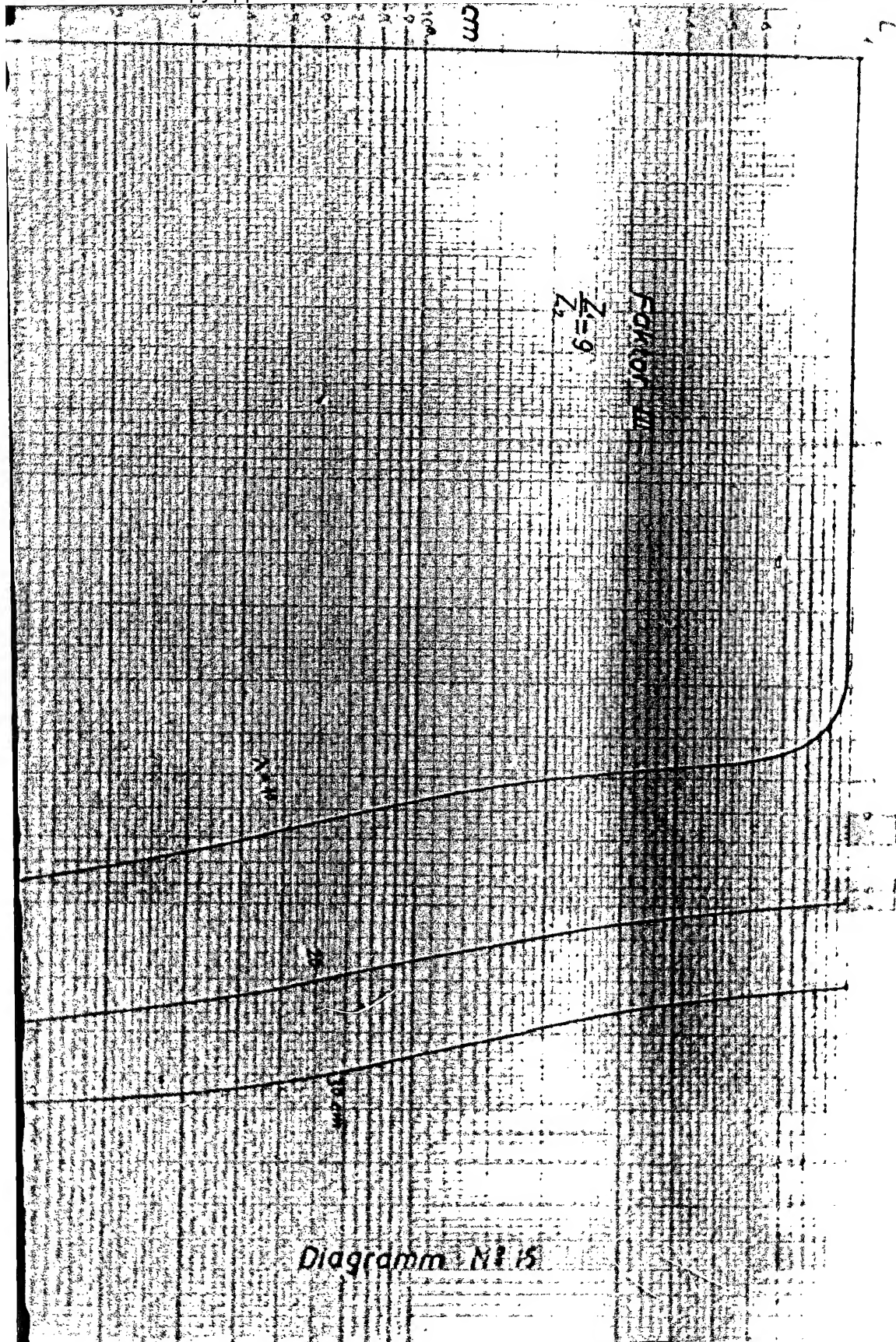
$$Z_1 = 90 \Omega$$

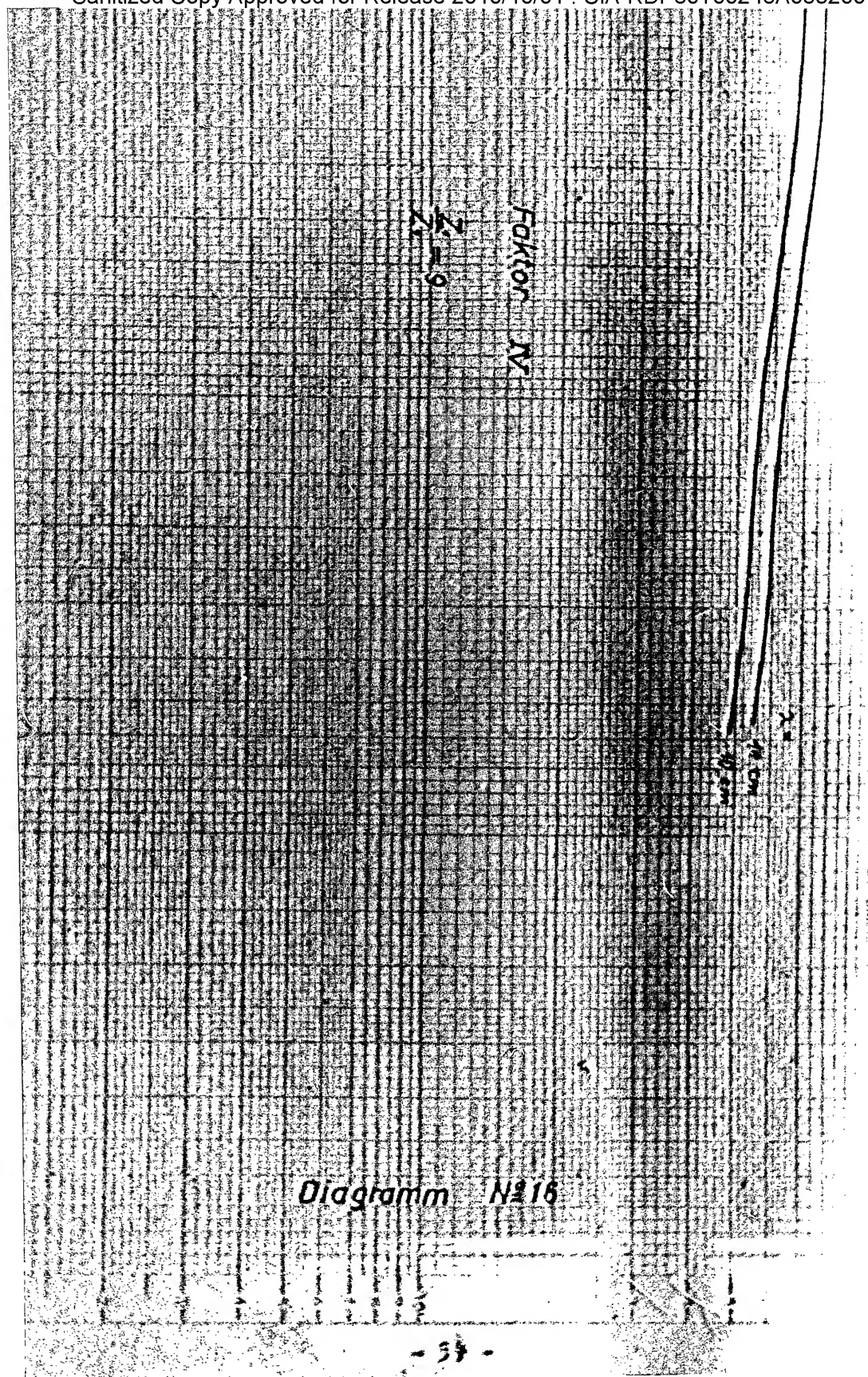
$$Z_2 = 10 \Omega$$

$$C_{ers} = 0,65 \text{ pf}$$









2.34 Das Wellenübertragungsmaß eines widerstandssymmetrischen Vierpols ergibt sich aus (23) und (75) zu:

$$\begin{aligned} L/g = & \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L+D) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{2Z_1} - \frac{Z_1 Z_2}{2} \gamma^2 \right] \\ & - \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (L-D) \left[\frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_2}{2Z_1} - \frac{Z_1 Z_2}{2} \gamma^2 - 1 \right] \\ & - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (L+D) [Z_1 \gamma + Z_2 \gamma] \\ & - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (L-D) [Z_1 \gamma - Z_2 \gamma] \quad (79) \end{aligned}$$

$$\text{mit } \gamma = \omega C = 2\pi f C = \frac{2\pi c C}{\lambda}$$

Die Wellengruppenlaufzeit kann man durch graphische Differentiation aus dem Phasenmaß erhalten.

$$\tau_g = \frac{d\beta}{d\omega}$$

(79)

2.35 Zur messtechnischen Überprüfung der berechneten Eigenschaften soll ein Wellenleiterfilter mit den Grenzfrequenzen 11 cm und 14 cm entworfen werden. Als Außenleiter stand ein Rohr mit einem Innendurchmesser von 2,7 cm zur Verfügung. Das Wellenwiderstandsverhältnis der beiden Kabelstücke wurde 90 Ω zu 10 Ω gewählt.

Aus (7) ergeben sich die Innenleiterdurchmesser

$$d_1 = 0,6 \text{ cm}$$

$$d_2 = 2,28 \text{ cm}$$

$$d_3 = 2,7 \text{ cm}$$

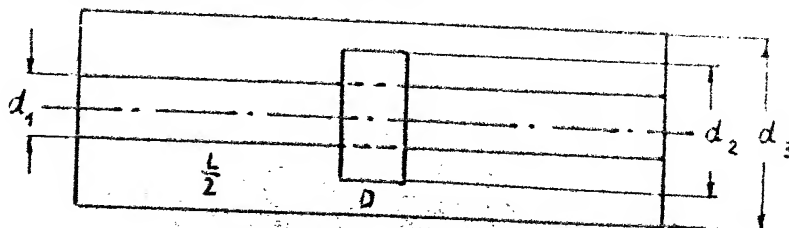


Abb. 20

Nach (68) berechnet sich die Stoskapazität zu

$$C_{\text{era}} = 0,65 \text{ pf}$$

Die Diagramme No. 14 und No. 16 wurden übereinandergelegt, und der Schnittpunkt der Kurve $\lambda_2 = 14 \text{ cm}$ in Diagramm No. 14 mit der Kurve $\lambda_3 = 11 \text{ cm}$ in Diagramm No. 16 liefert die Werte

$$L = 6,8 \text{ cm}$$

$$D = 0,5 \text{ cm}$$

Bei der Herstellung ergaben sich geringe Abweichungen

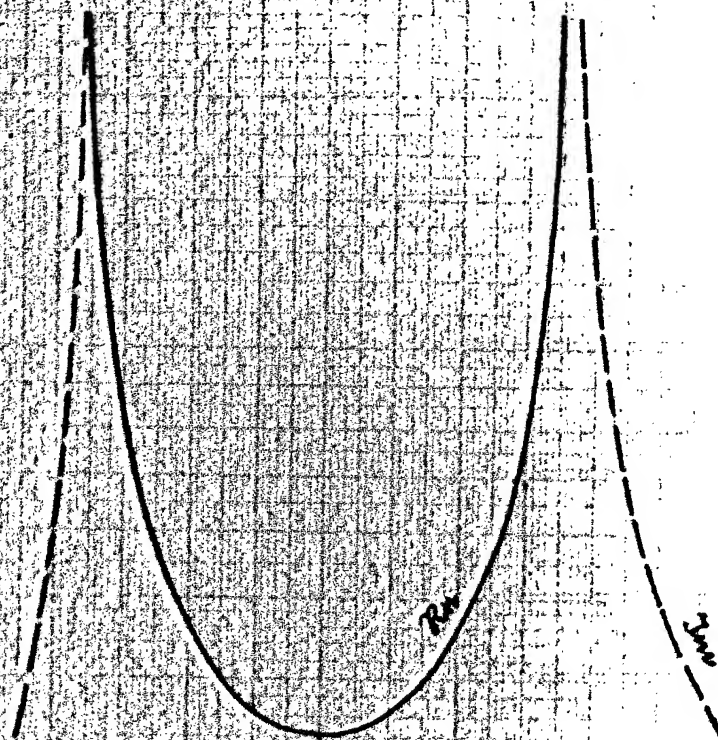
$$L = 6,83 \text{ cm}$$

$$D = 0,5 \text{ cm}$$

Für diese Werte wurden Wellenwiderstand und Übertragungsbereich berechnet. Die errechneten Grenzfrequenzen liegen nun bei 13,8 und 10,8 cm. Der Wellenwiderstand wurde nach (76 a) berechnet und ist in Diagramm No. 17 dargestellt. Sein Minimum im Durchlaßbereich liegt bei 340Ω . Wird in Bandmitte eine Fehlanpassung von $(340 \pm 40) \Omega$ zugelassen, so müssen, da auf beiden Seiten des Filters als Zuleitungen 70Ω Kabel verwendet werden sollen, breitbandige Transformatoranordnungen geschaltet werden, die die Widerstandstransformation 380Ω auf 70Ω durchführen. Wegen der großen Bandbreite wurden stufenförmige $\lambda/4$ -Transformatoren

Diagramm N^o 17

Wellenwiderstand



0,2 1,2 12,8 13,6 14,4 cm 2

gewählt. Die zweimalige Transformation bewirkt, daß sich ein Teil der Blindkomponenten, die entstehen, wenn man von der Frequenz abweicht, bei der das Transformationsstück gerade $\frac{\lambda}{4}$ lang ist, kompensieren.

Für die Dimension eines 2-stufigen $\frac{\lambda}{4}$ Transformators gibt es keine allgemeingültigen Formeln. Die Aufteilung der Gesamtübersetzung wird je nach Verwendungszweck verschieden sein. Eine konstante Transformation über ein breites Frequenzband ist nie zu erreichen, und man hat sich zu entscheiden, ob der Wirkanteil des transformierten Widerstandes Abweichungen von den Werten, die ein idealer Transformator liefern würde, haben darf und nur kleine zusätzliche Blindkomponenten auftreten, oder ob man größere Blindkomponenten zulassen kann und der Wirkanteil besonders genau transformiert werden soll. Da der Wellenwiderstand des Filters im Durchlaßbereich reell und nicht konstant ist, wird man Wert auf geringe zusätzliche Blindanteile legen. Die Abweichung des Wirkanteils ist günstig, da der transformierte Widerstand dem Wellenwiderstand besser angenähert wird. Für Filteranpassungen soll die Ortskurve im „Smith - Diagramm“ also eine möglichst langgestreckte Schleife sein.

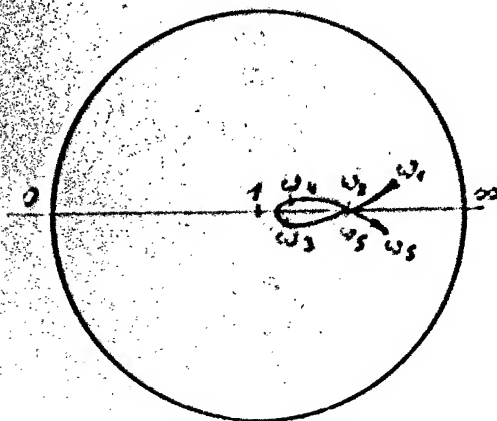


Abb. 21

Diese Ortskurve lässt sich einfach konstruieren. Man wählt die Kabellängen der Transformationsstücke, daß sie in Bandmitte $\frac{\lambda}{4}$ lang sind. Für höhere Frequenzen sind die Kabelstücke dann länger und für niedrigeren kürzer als $\frac{\lambda}{4}$.
Für die erste Transformation erhält man folgende Ortskurve

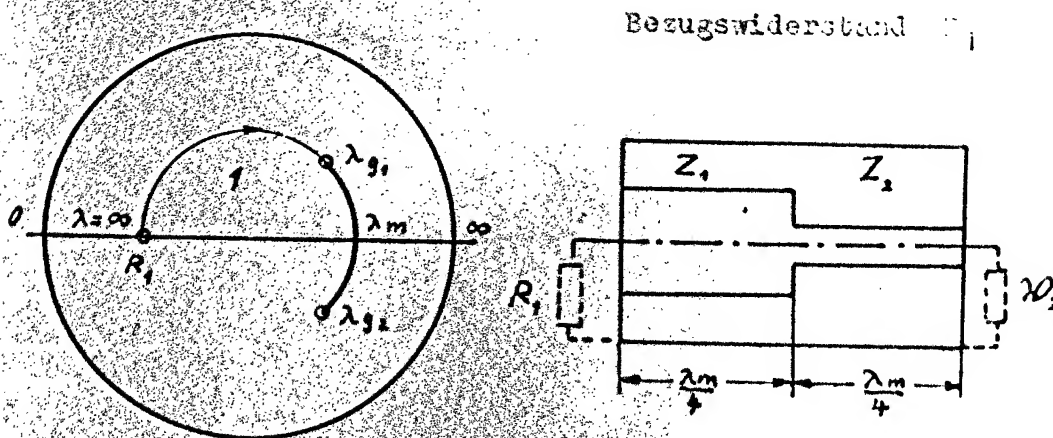
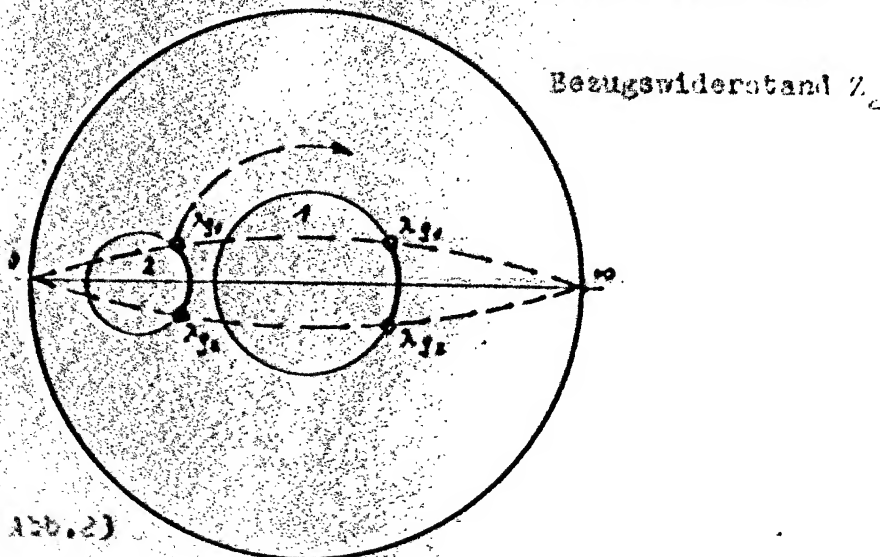


Abb. 22

Dann geht man zum anderen Bezugswiderstand über. Wegen der Kreisverwandtschaft ergibt sich wieder ein Kreis.



Man führt man die zweite Transformation durch. Da beim Wechsel des Bezugswiderstandes der Phasenwinkel des Widerstandes sich nicht verändert, müssen die Punkte gleicher Wellenlängen der Kreise 1 und 2 auf Kreisen liegen, die durch null und unendlich gehen. Schneiden sich die Kreise 1 und 2, so werden also für diese Schnittpunktwellenlängen die Blindkomponenten gerade kompensiert. $\alpha_1 = \alpha_2$

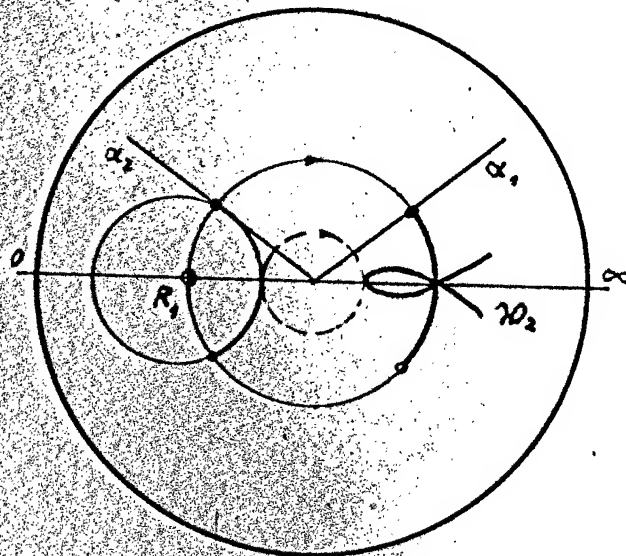


Abb. 24

Die Ortskurve wird dann eine Schleife.

Der Grenzfall, daß sich die Kreise 1 und 2 gerade berühren, ist die gleichmäßige Aufteilung der Gesamtübersetzung

$$\beta_1 = \sqrt[4]{R_1^3 R_2} \quad (20 a)$$

$$\beta_2 = \sqrt[4]{R_1 R_2^3} \quad (20 b)$$

Im Falle des gebauten Filters konnte aus Verfertigungsgründen leider nicht nach diesen Gesichtspunkten

dimensioniert werden. Als dünnster zulässiger Innenleiter wurde ein 1 mm starker versilberter Stahlstift gewählt. Bei 27 mm Außendurchmesser entspricht dies einem Wellenwiderstand von 198Ω .

Die Transformation eines $\frac{\lambda}{4}$ Kabels ist eine duale Umwandlung. Es gilt

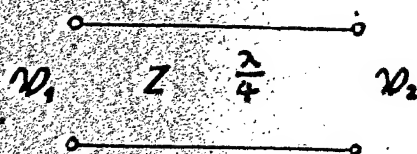


Abb. 25

$$W_1 = \frac{Z^2}{W_2} \quad (81)$$

Aus (7) und (81) können nun die Transformationsstücke berechnet werden, wenn ein Widerstand von 70Ω auf 380Ω transformiert werden soll. Es ergibt sich folgender Aufbau:

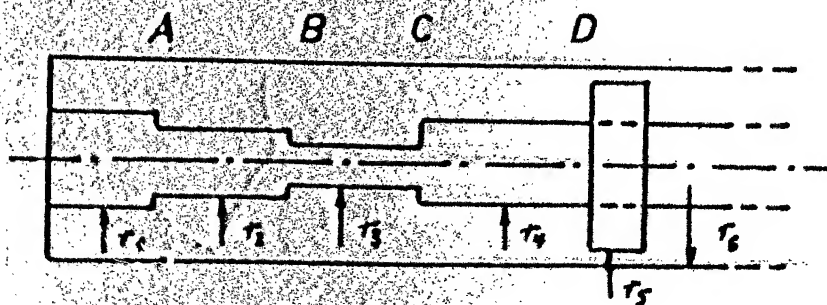


Abb. 26

Der Eingangswiderstand des Hergols bei C ist $90 \pm 3,3 + 10,5$ Fehlanpassung $\approx 380 \Omega$ bei $\lambda = 12,4$ cm. Das Transformationsstück B C hat einen Wellenwiderstand von 198Ω und liefert bei einer elektrischen Länge von 3,1 cm bei B einen Widerstand von

$$R_3 = \frac{196^2}{380} \approx 103 \Omega$$

Der Widerstand soll durch das Stück $\overline{A-B}$ auf 70Ω gebracht werden. Der Teilwiderstand dieses Stückes muß also

$$Z_2 = \sqrt{103 \cdot 70} \approx 85 \Omega$$

gemittelt werden.

r_2 und r_1 ergeben sich aus (7) zu:

$$r_1 = 4,2 \text{ mm}$$

$$r_2 = 3,25 \text{ mm}$$

Vornehmlich bei diesen Betrachtungen wurden die Stöckkapazitäten der Transformationsstücke. Man kann sie teilweise kompensieren, indem man die Kabelstücke verkehrt. Die folgende Tabelle gibt noch einmal einen Überblick über die Abmessungen des Filters und der Transformationsstücke. Sie enthält auch alle Stöckkapazitäten, die zum Teil (2) entnommen und zum Teil berechnet wurden.

Radius	Teilwiderstand	Stöckkapazität
r	Ω	pf
$r_1 = 4,2$	70	$C_1 = 0,017$
$r_2 = 3,25$	85	$C_3 = 0,085$
$r_3 = 0,5$	123	$C_2 = 0,085$
$r_4 = 1$	20	$C_5 = 0,65$
$r_5 = 11,4$	10	
$r_6 = 13,5$		

2. Messtechnische Überprüfung und Auswertung:

Versuchsergebnisse

Um die berechneten Eigenschaften nachzuprüfen, wurde ein Filter aus 3 asymmetrischen Grundvierecken gebaut.

Zur Verfügung standen:

- 1 Messender 9 - 15 cm
- 1 Meßleitung
- 1 Schaltenkompensator
- 1 kapazitiver Spannungsleiter, der einen Abschlußwiderstand von 70Ω mit einem gebauten Thermoelement enthielt
- 1 Spiegelgalvanometer.

2.1 Als Meßverfahren kamen in Frage:

1. Messung des Anpassungsmaßes mit Meßleitung.
2. Messung der abgegebenen Leistung mit zwischengeschaltetem Filter und Vergleich mit der vom Sender bei Anpassung abgegebenen Leistung über das in den Filter eingebaute Thermoelement.

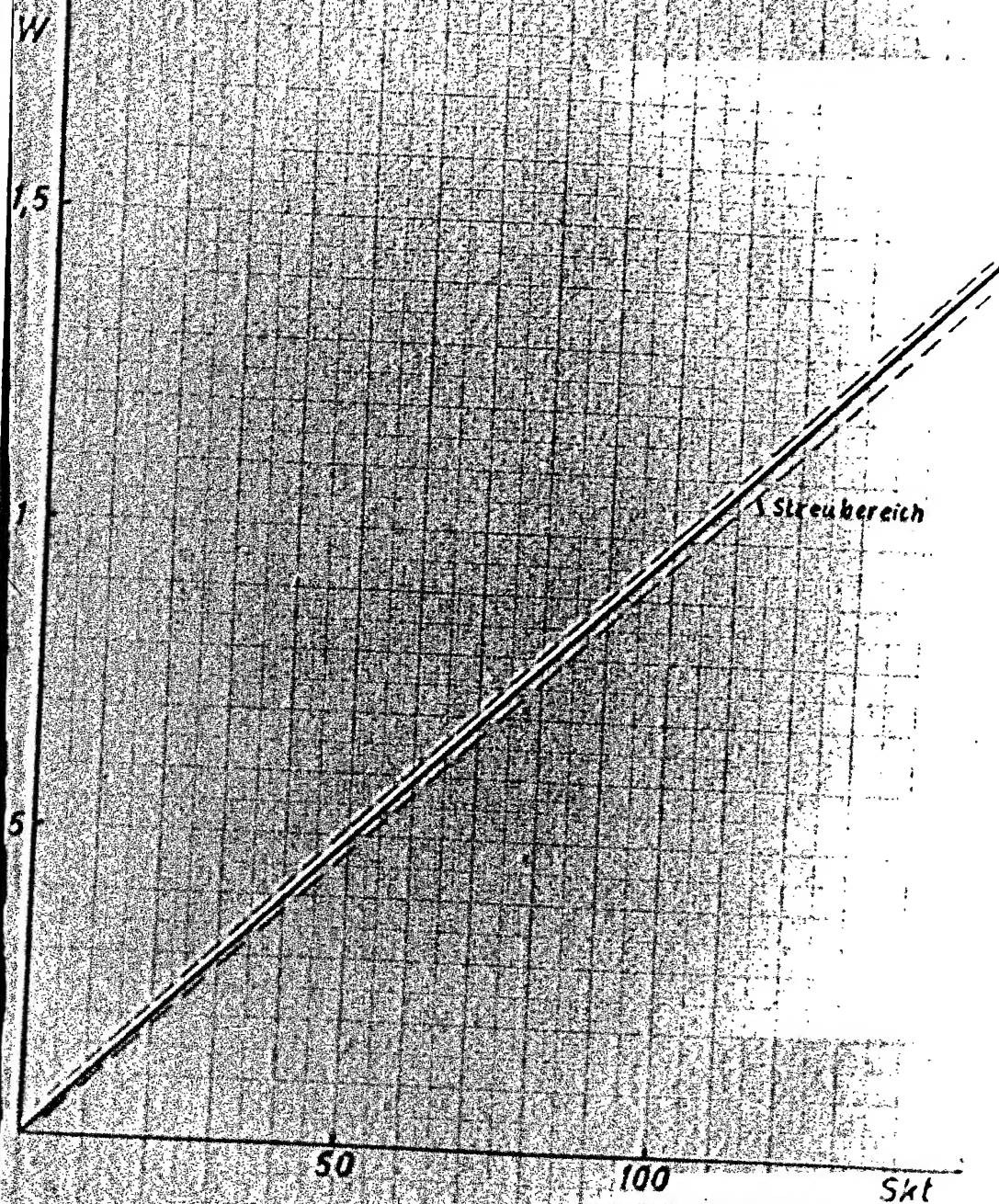
Da der Sender nur geringe Leistung abgab, mußte ohne Dämpfungsglied zwischen Sender und Meßanordnung gearbeitet werden, und es traten besonders bei großen Fehlpassungen (Sperrbereich) Rückwirkungen auf den Sender auf.

Für Messungen im Durchlaßbereich wurde Meßverfahren 1 gewählt und für Messungen im Sperrbereich Verfahren 2.

Um die Temperaturabhängigkeit des Verbrauchers als Fehlerquelle auszuschalten, wurde im Übertragungsband ein Filter bei einer Wirkleistung von 1 W an den Sender angeschlossen. Im Sperrbereich war die Leistung nicht möglich. Die Sicherung des Thermoelementes (Thermoelement mit Spiegelgalvanometer) wurde durch einen Widerstand ersetzt.

Diagramm 10/13

Diagramm № 18



3.2 Versuchsaufbau

Da der Abschlußwiderstand des Leiters nicht dem Wellenwiderstand Ω betrug, mußte er für jede Wellenlänge, bei der gemessen wurde, mit dem Scheibenkompensator auf den Wellenwiderstand gebracht werden.

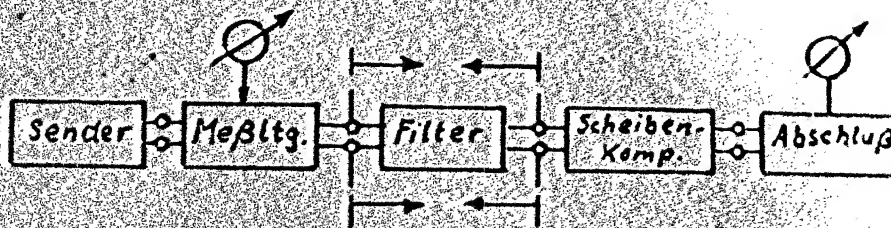


Abb. 27

Da für diese Messungen erst der Scheibenkompensator abgeglichen werden mußte und dann erst das Filter eingefügt wurde, konnten durch schlechte Kontakte Fehler auftreten.

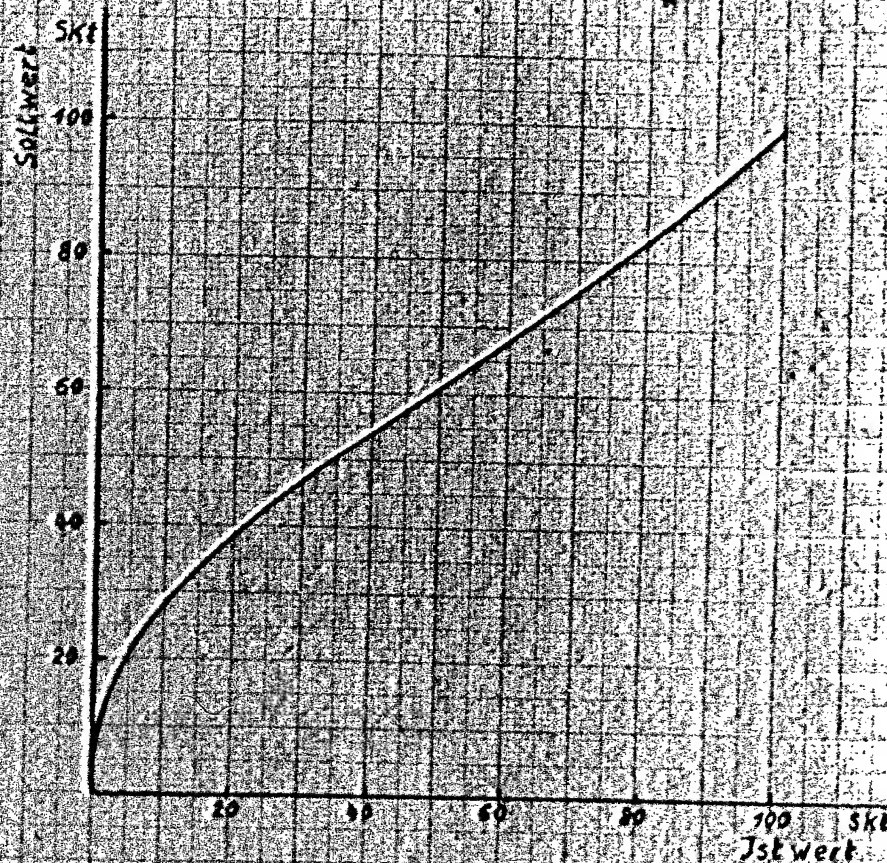
Die Genauigkeit der Messung des Anpassungsmaßes

$$m = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{1 - r}{1 + r} \quad (32)$$

dürfte daher etwa 95 % betragen haben. Die Wellenlängen wurden über einen in den Sender eingebauten Topfkreiswellenmesser gemessen, der mit der Meßleitung für einige Wellenlängen geeicht wurde. Es dürfte eine absolute Messgenauigkeit von 0,15 cm erreicht worden sein.

Diagramm No. 19 enthält die Richtkurve der Meßleitungssonde bei $\lambda = 12$ cm.

Diagramm N° 19



Eichkurve der Meßleitung

3.3 Diagramm No. 20 zeigt den theoretischen und den gemessenen Verlauf des Anpassungsmaßes im Durchlaßbereich. Um etwa symmetrische Übertragungseigenschaften zu bekommen, mußten wegen der Stökapazitäten die $\lambda/4$ -Transformatoren mit dem geringsten Innenleiterdurchmesser von 31 mm auf 28 mm verkürzt werden. Den theoretischen Verlauf des Anpassungsmaßes erhält man, wenn man den Eingangswiderstand der Siebkette bei 70 Ω Abschluß in ein Smith-Diagramm einträgt und das Anpassungsmaß abliest. Der Eingangswiderstand einer n-gliedrigen Kette ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \overline{W}_1 &= \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_n \cos n\gamma + I_n Z_0 \sin n\gamma}{\frac{U_n}{Z_0} \sin n\gamma + I_n \cos n\gamma} \\ &= R \frac{1 + \frac{Z_0}{R} \tan n\gamma}{1 + \frac{R}{Z_0} \tan n\gamma} \quad (83) \end{aligned}$$

Im Durchlaßbereich wird daraus wegen

$$\tan j\beta = j \tan \beta$$

$$\begin{aligned} \overline{W}_1 &= R \frac{\tan^2 n\beta + 1}{1 + \left(\frac{R}{Z_0} \tan n\beta\right)^2} \\ &\quad + jR \frac{\left(\frac{Z_0}{R} - \frac{R}{Z_0}\right) \tan n\beta}{1 + \left(\frac{R}{Z_0} \tan n\beta\right)^2} \end{aligned}$$

Diagramm N° 20

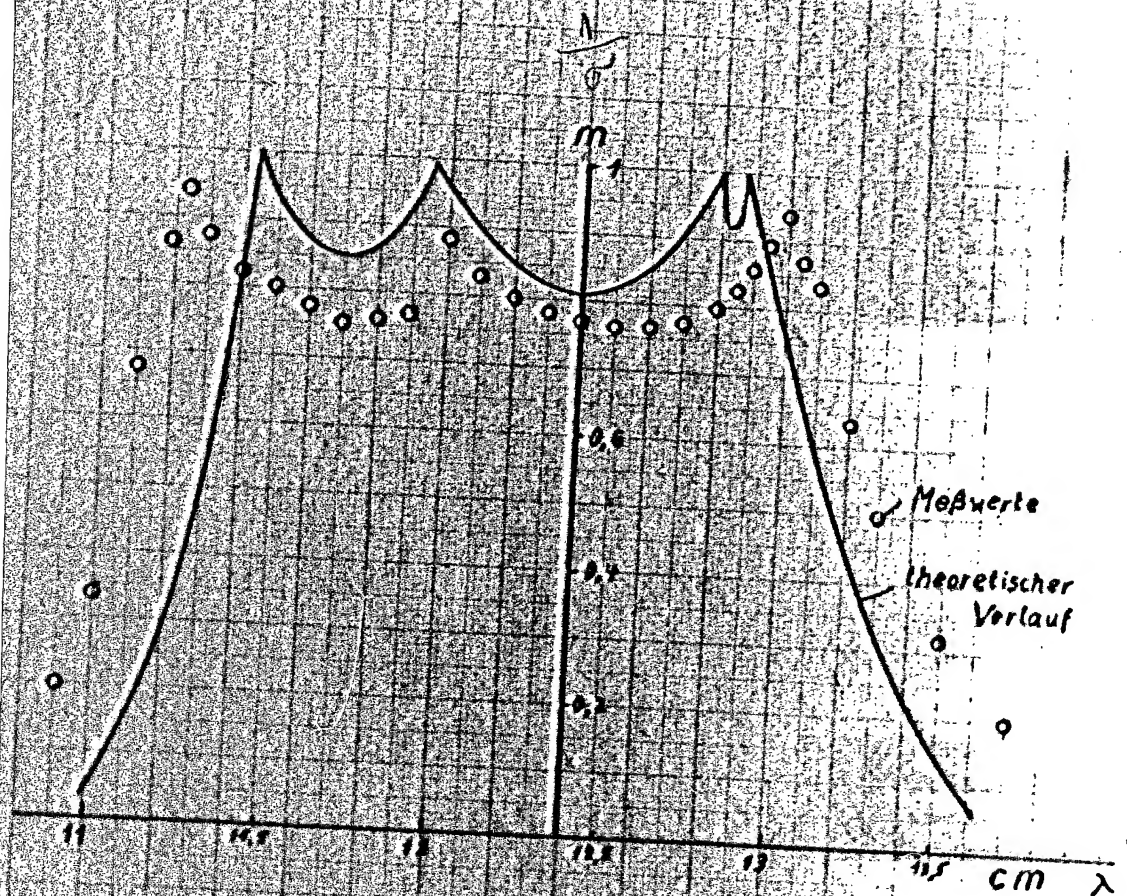
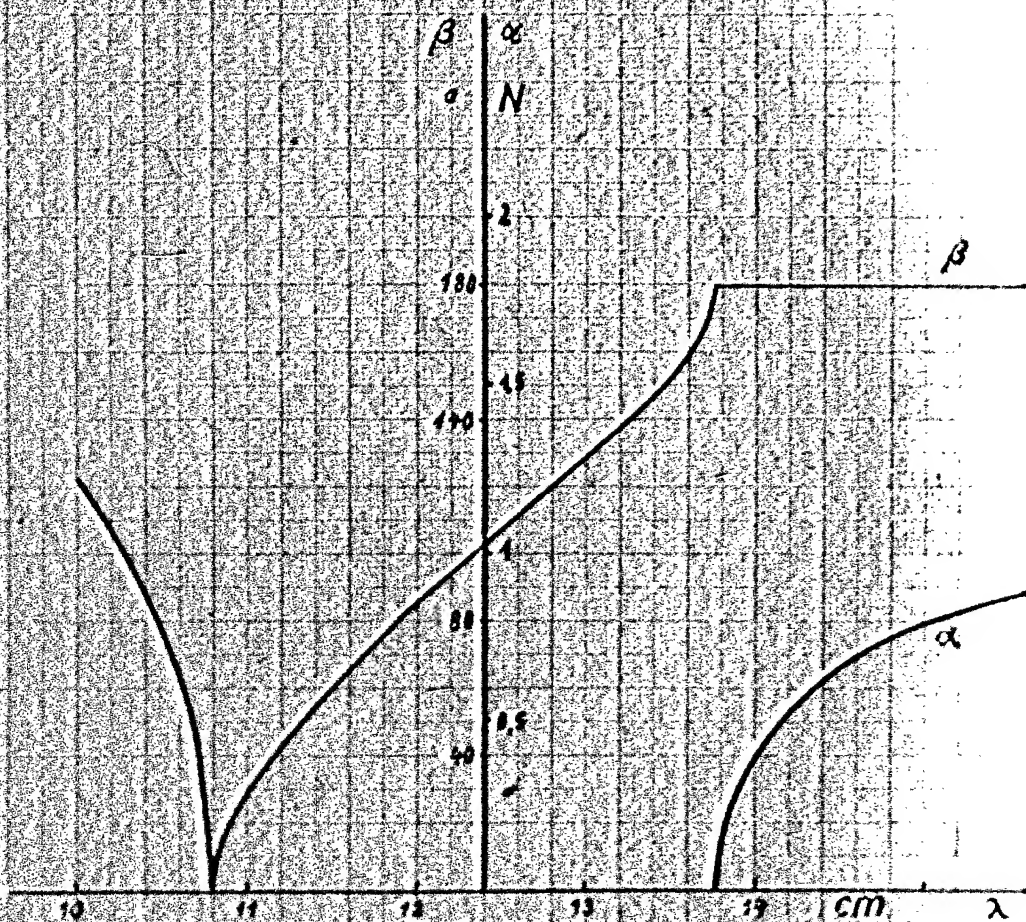


Diagramm № 21



Wellenübertragungsmaß

Man sieht, daß für bestimmte Wellenlängen,

wenn $Z_L(\lambda) = R$

oder $ng(\lambda) = m\pi$ bei $\infty > Z_L(\lambda) > 0$

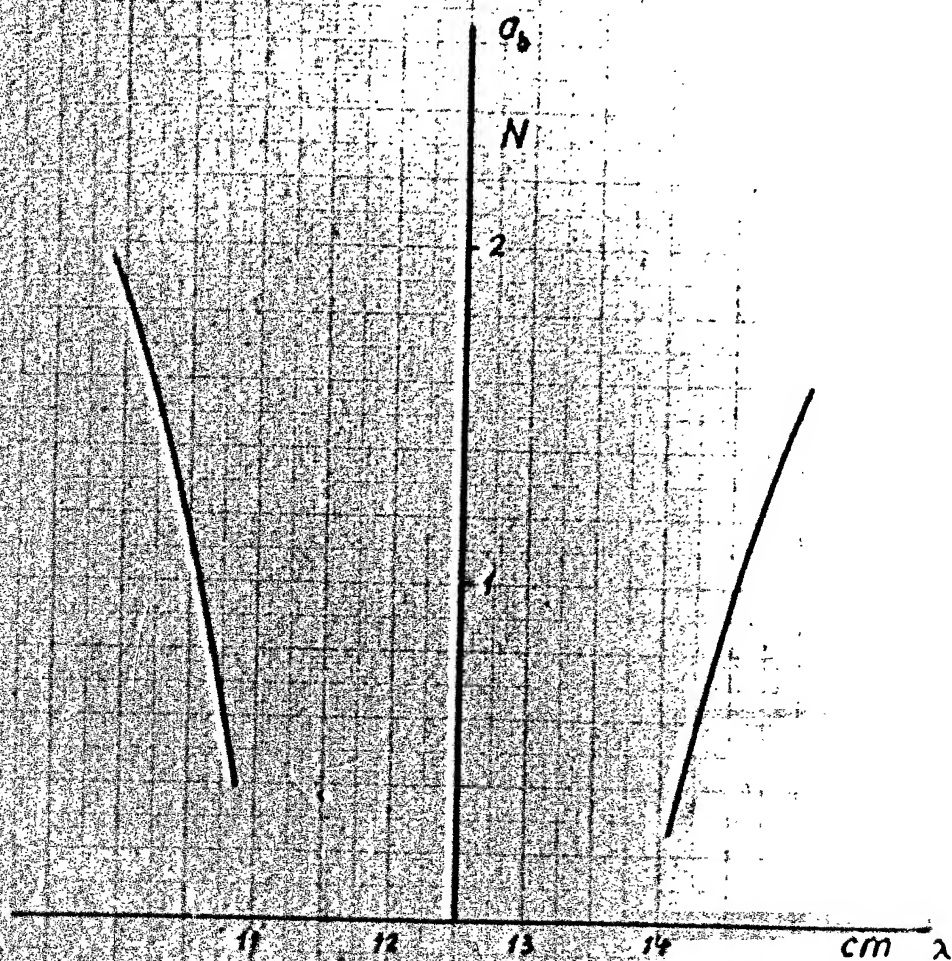
das Anpassungsmaß 1 wird, da dann als Eingangswiderstand des Filters R auftritt. Dieser Widerstand ist über der Wellenwiderstand der Meßleitung. Diagramm No. 21 zeigt das Übertragungsmaß eines symmetrischen Grundvierpols. Da die Kette aus 3 Gliedern besteht, mit $\beta = 60^\circ$ ($\lambda = 11,5$ cm) und $\beta = 120^\circ$ ($\lambda = 11,5$ cm) Nullstellen der Betriebsdämpfung vorhanden sein außer den beiden Anpassungsnullstellen. Wegen der Fehler durch die Transformationsstücke und der Verluste erreichte das Anpassungsmaß bei der Messung jedoch nicht den Wert 1. Eine Nullstelle der Betriebsdämpfung wurde bei der Messung überhaupt nicht gefunden. Es ist anzunehmen, daß zwei Nullstellen so eng beieinander lagen, daß sie nicht mehr einzeln gemessen werden konnten.

Die Übereinstimmung mit der Rechnung ist als gut zu bezeichnen, wenn man bedenkt, daß durch die Transformationsstücke an den Bandgrenzen zusätzliche Fehler entstehen. Der prinzipielle Verlauf ist klar zu erkennen. Die scheinbar größere Bandbreite der Meßwerte gegenüber den Rechenwerten kann zum Teil auf einer ungenügenden Meßgenauigkeit der Wellenlängen beruhen. Im Sperrbereich wurde auf eine Nachrechnung verzichtet, da dann durch die $\frac{\lambda}{4}$ Transformatoren zu große Blindkomponenten entstehen. Für einige Wellenlängen wurde die Betriebsdämpfung nach Meßverfahren 2 bestimmt.

Diagramm No. 22

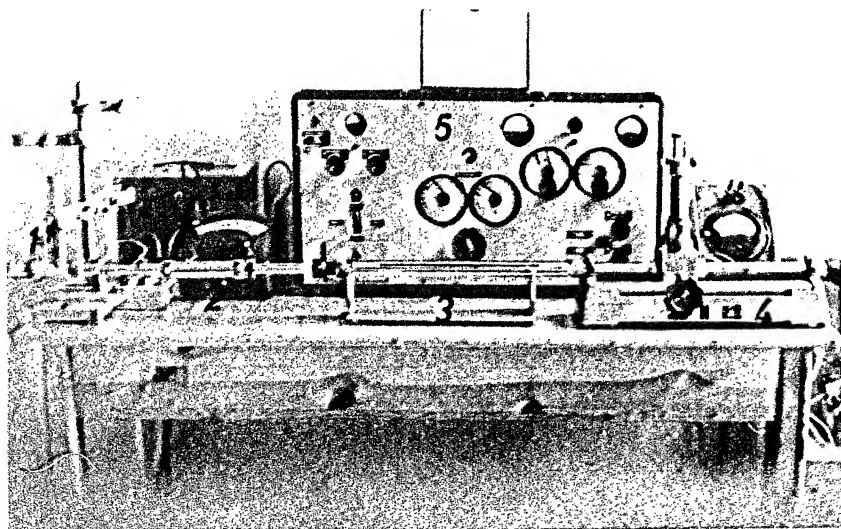
Die gemessenen Werte zeigen, daß die Betriebsdämpfung ähnlich wie die Wellendämpfung verläuft.

Diagramm N° 22



Betriebsdämpfung im
Sperrbereich

Meßplatz



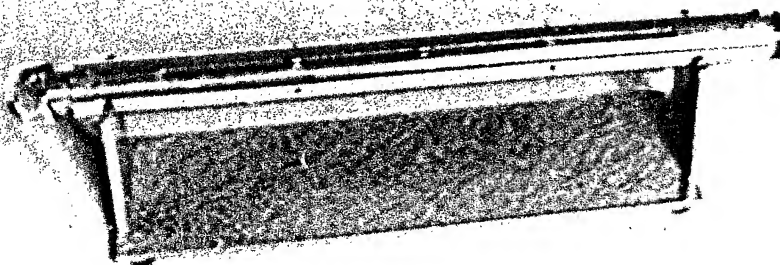
1 Abschluß

4 Meßleitung

2 Scheibenkompensator

5 Sender

3 Filter



4. Abschließend sollen noch einmal die wichtigsten Eigenschaften der beiden Filteranordnungen in Bezug auf ihre Anwendbarkeit gegenüber gestellt werden. Bei der Anordnung mit dielektrischen Scheiben war die Berechnung einfacher und Anpassung ohne Transformationsglieder möglich. Dem gegenüber stehen die hohen dielektrischen Verluste (Condensa $\epsilon_r \cdot \tan \delta = 8 \cdot 10^{-2}$). Außerdem nimmt bei kleinen Bandbreiten die Wellendämpfung stark ab. Bei Filteranordnungen mit sprunghafter Änderung des Innenleiters ist durch die Stöckapazität ein weiterer Parameter vorhanden, der Einfluß auf die Bandbreite hat. Die Verluste in solchen Anordnungen sind sehr gering, da fast keine dielektrischen Verluste auftreten. Die Baulänge ist jedoch besonders wegen der Transformationsglieder größer. Als Anwendungsgebiet ergeben sich Antennenweichen und Filter zur Unterdrückung von Störabstrahlung. Dabei dürfte der Vorteil geringer Verluste (hohe Spannungsfestigkeit) überwiegen, und man wird die anderen Schwierigkeiten in Kauf nehmen. Wenn jedoch nur wenig Raum zur Verfügung steht (transportable Anlagen), wird man mit dielektrischen Scheiben arbeiten.

Im Vergleich zu Topfkreisfiltern aus mehreren gegeneinander verstimmteten Einzelkreisen läßt sich bei großer Bandbreite eine leichtere Berechnung durchführen. Außerdem sind die Anpassungsmöglichkeiten besser. Nachteilig sind die unendlich vielen Durchlaß- und Sperrbereiche.

5.

Formelzeichen

$U [V]$	Spannung
$I [A]$	Strom
$Z [\Omega]$	Widerstand
$\gamma [S]$	Leitwert
$E [V/m]$	elektrische Feldstärke
$H [A/cm]$	magnetische Feldstärke
$R' \ L' \ C' \ G'$	auf die Längeneinheit bezogene Kerngrößen des Kabels
$\gamma = \alpha + j\beta$	Übertragungsmaß des Kabels
$\alpha [N]$	Dämpfung
$\beta [2\pi]$	Phasenmaß
$Z_L [\Omega]$	Wellenwiderstand
$Z [\Omega]$	Wellenwiderstand eines verlustfreien Kabels
$r_a [cm]$	Außenradius
$r [cm]$	Innenradius
$r \ \varphi \ z$	Zylinderkoordinaten
l	Länge
$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$	Dielektrizitätskonstante
$\mu = \mu_0 \mu_r$	Permeabilität
$g = \alpha + j\beta$	Übertragungsmaß des Vierpols
$l [cm]$	Abstand zweier Scheiben
$d [cm]$	Scheibendicke
ω	Winkelgeschwindigkeit
$f [Hz]$	Frequenz
$\lambda [cm]$	Wellenlänge
$c [cm/s]$	Lichtgeschwindigkeit
$Z_p(x)$	Zylinderfunktion

$J_p(kr)$ Besselfunktion

$N_p(kr)$ Neumannsche Funktion

$\lambda_r(\text{cm})$ Grenzwellenlänge in Hohlraum

m Anpassungsmaß

6. Literatur

- [1] Heinrich Riedel: „Sperrwirkung konzentrisch
geschichteter Leitungen mit
längsgeschichteten Dielek-
trikum im Dezimeterwellen
Bereich“.
Z. Hochfrequenztechnik und
Elektroakustik
Bd. 61 März 43 Heft 3
- [2] Whinnery, Jamieson, Robbins
„Coaxial - Line - Discontinuity“
Proceedings of the I.R.E.
November 1944
- [3] Meinke, Gundlach: „Taschenbuch für Hochfrequenz-
technik“
D 18
- Die Grundlagen der Vierpoltheorie und Matrizen-
rechnung sind bei
H. Feldtkeller: „Einführung in die Vierpoltheorie“
nachzulesen.
- Die Berechnungen zu [1] sind von
H. Duchsols: „Konzentrische Leitungen mit
geschichtetem Dielektrikum als
Bandsperrfilter im d-Wellenbereich“
darunter?
Zf. 16, H. 10